

# مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار: الگوریتم‌ها و کاربردها

علیرضا عیدی<sup>۱\*</sup>، لیلا جوازی<sup>۲</sup>

دانشگاه کردستان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۸/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۱/۱۰/۱۰

## چکیده

مباحث مربوط به حمل و نقل یکی از موضوعات چالش برانگیز در حوزه تحقیق در عملیات می‌باشد. شرکت‌ها و مؤسسات حمل و نقل، اغلب هزینه‌های زیادی را صرف فعالیت‌های حمل و نقل می‌نمایند. این فعالیت‌ها نه تنها می‌بایست در زمان مناسب انجام شوند بلکه به‌طور متناوب نیز تکرار شوند. از این رو یافتن روش‌های بهینه یا نزدیک به بهینه برای مدیریت و برنامه‌ریزی بهتر سیستم‌های حمل و نقل از اهمیت بسیاری برخوردار است. یکی از مباحث مربوط به حمل و نقل که در سال‌های اخیر توجه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است، مسئله مسیریابی کمان می‌باشد. محققان سعی نموده‌اند با در نظر گرفتن شرایط و محدودیت‌های موجود در کاربردهای واقعی، مدل‌ها و روش‌های حل متنوعی را برای این دسته از مسائل توسعه دهند. در این مقاله ضمن بررسی پیشینه مسائل مسیریابی کمان به‌ویژه یکی از انواع این‌گونه مسائل یعنی مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، کاربردها، انواع مدل‌ها و روش‌های حل مسئله مذکور مورد مطالعه قرار می‌گیرد. هدف مقاله نیز تشخیص ویژگی‌های مهم مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، ارائه چارچوبی برای طبقه‌بندی و خلاصه نمودن تجربیات محاسباتی مرتبط و همچنین ایده‌هایی برای تحقیقات آتی می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** حمل و نقل، مسئله مسیریابی کمان، مسئله پستچی روستایی، مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، کران پایین

## ۱- مقدمه

مباحث مربوط به حمل و نقل در دهه‌های اخیر روندی رو به رشد داشته است.

یکی از موضوعات مورد بحث در زمینه حمل و نقل، مسئله مسیریابی است که عبارت است از طراحی مسیرهای بهینه (یا نزدیک به بهینه) برای مجموعه‌ای از وسایل نقلیه با در نظر گرفتن امکانات و محدودیت‌های موجود، جهت ارائه سرویس به مشتریان در راستای اهداف مورد نظر. از اهداف مسیریابی نیز می‌توان به کمینه نمودن کل هزینه‌های مسیریابی، افزایش سطح کیفیت سرویس‌دهی و غیره اشاره نمود. مسائل مسیریابی را می‌توان روی یک گراف شامل تعدادی گره و یال (اتصال بین گره‌ها) تعریف نمود. مسئله مسیریابی کمان (ARP) نوع خاصی از مسیریابی است که در سال‌های اخیر با توجه به افزایش کاربردهای آن در دنیای واقعی و به‌ویژه اهمیت هزینه‌های مرتبط با عملیات ناوگان وسایل نقلیه، مطالعات بسیاری بر روی آن انجام شده است. در این مسئله، مشتریان شامل مجموعه‌ای از یال‌ها مثلاً خیابان‌ها هستند

یکی از مهم‌ترین بخش‌های اقتصادی هر کشور، بخش حمل و نقل است که به دلیل وابستگی شدید سایر بخش‌های اقتصادی به این بخش، از اهمیت بسیاری برخوردار می‌باشد. در حقیقت فرآیند حمل و نقل مشتمل بر تمام حالت‌های مختلف سیستم‌های تولید و توزیع است و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی هر کشور را به خود اختصاص می‌دهد. کاهش حتی چند درصد در هزینه‌های حمل و نقل، تأثیر قابل توجهی در سیستم‌های توزیع و لجستیک و در کل سیستم اقتصادی خواهد داشت. از این رو بررسی و مطالعه

۱- استادیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه کردستان، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: Alireza.eydi@uok.ac.ir، نشانی: سنندج، بلوار پاسداران، دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه کردستان، پست‌الکترونیکی: Leila\_javazi@yahoo.com

مسائل مسیریابی کمان روی یک گراف  $G = (V, E)$  تعریف می‌شوند که شامل  $V$  گره و  $E$  یال (کمان) می‌باشد. گره‌ها نشان‌دهنده مکان‌ها می‌باشند نظیر تقاطع خیابان‌ها یا شهرها و یال‌ها نشان‌دهنده اتصال بین گره‌ها می‌باشند نظیر خیابان‌ها یا جاده‌ها.

دسته دیگری از مسائل مسیریابی تحت عنوان مسئله مسیریابی تعمیم‌یافته<sup>۳</sup> (GRP) تعریف می‌گردد که ترکیبی از مسائل مسیریابی کمان و مسیریابی گره می‌باشد.

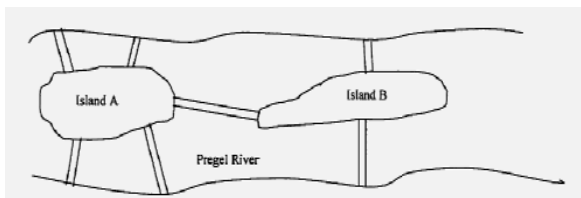
## ۲-۱- تاریخچه مسئله مسیریابی کمان

مطالعه مسائل مسیریابی کمان برای اولین بار در سال ۱۷۳۵ میلادی با طرح مسئله پل‌های کونیگزبرگ توسط اویلر آغاز شد.

### مسئله کونیگزبرگ

شهر کونیگزبرگ با هفت پل مفروض می‌باشد، آیا ممکن است بتوان از یک مکان شروع به حرکت کرده و دوباره به همان مکان برگشت بنحوی که از هر پل دقیقاً یک بار عبور شود؟ (شکل (۱)).

اویلر ثابت نمود که این مسئله دارای جواب نمی‌باشد. از این‌رو آن را به‌عنوان یک مسئله گراف فرموله نمود و سپس به حل آن پرداخت. این مسئله با نام مسئله مدار (تور) اویلری<sup>۴</sup> نیز مشهور می‌باشد.



شکل (۱): مسئله پل‌های کونیگزبرگ

حدود ۲۳۰ سال بعد گوان [۲] مسئله پستیچی چینی را معرفی نمود که به‌صورت زیر تعریف می‌شود. گراف متصل و بدون جهت  $G = (V, E)$  مفروض می‌باشد، هدف، یافتن مسیری است که از همه یال‌های گراف حداقل یکبار عبور نماید بنحوی که کل هزینه کمینه شود. جواب بهینه این مسئله نیز یک مدار اویلری است. گوان نشان داد که هر گراف متصل، دارای تعداد زوجی از گره‌های فرد خواهد بود که می‌توان با اضافه نمودن یال‌هایی به گراف جهت زوج نمودن

که دارای تقاضای مثبت می‌باشند. مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار (CARP) حالتی از مسیریابی کمان است که هدف آن تعیین مسیریابی برای وسایل نقلیه با ظرفیت مشخص می‌باشد بنحوی که ضمن رعایت محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه، سفر هر وسیله نقلیه از یک قرارگاه آغاز شده و پس از سرویس‌دهی به تعدادی از یال‌ها به همان قرارگاه اولیه ختم شود و کل هزینه‌ها نیز کمینه گردد [۱]. هم‌چنین با توجه به ویژگی‌ها و شرایط مختلف موجود در محیط عملیاتی نظیر محدودیت‌های زمانی، عدم قطعیت‌ها، قوانین و مقررات مربوط به ترافیک و غیره محققان مدل‌های متنوعی از این مسئله را توسعه داده‌اند.

هدف این مقاله، بررسی پیشینه مسائل مسیریابی کمان به‌ویژه مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، کاربردها، مدل‌ها و روش‌های حل آن می‌باشد. ساختار مقاله شامل بخش‌های زیر می‌باشد. در بخش دوم مقاله توصیف مسائل مسیریابی کمان، مشتمل بر تاریخچه این‌گونه مسائل و معرفی مسئله پستیچی روستایی انجام می‌شود. سپس در بخش سوم، مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، کران‌های پایین و فرمول بندی‌های مختلف برای آن بررسی می‌گردد. در ادامه همین بخش، روش‌های حل مسئله مسیریابی کمان توضیح داده می‌شود. در بخش چهارم مقاله نیز به معرفی انواع مدل‌ها و کاربردهای مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار پرداخته می‌شود. در نهایت در بخش پنجم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌گردد.

## ۲- توصیف مسائل مسیریابی

به‌طور کلی مسائل مسیریابی را می‌توان به دو دسته عمده تقسیم نمود:

الف) مسائل مسیریابی گره

ب) مسائل مسیریابی کمان

در دسته اول، گره‌ها تقاضای سرویس دارند در حالی که در دسته دوم، یال‌ها (یا کمان‌ها) تقاضای سرویس می‌باشند.

مسائلی هم‌چون مسئله فروشنده دوره گرد (TSP) و مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP) از نوع مسیریابی گره و مسائلی نظیر مسئله پستیچی چینی<sup>۱</sup> (CPP) و مسئله پستیچی روستایی<sup>۲</sup> (RPP) از نوع مسیریابی کمان می‌باشند.

3- Generalized Routing Problem

4- Euler Tour

1- Chinese Postman Problem

2- Rural Postman Problem

گره‌های فرد، یک گراف اولیری به دست آورد [۲]. از این رو رویکرد حل مسئله پستیچی چینی شامل افزودن یال‌هایی به گراف، به منظور به دست آوردن یک گراف اولیری با حداقل هزینه ممکن می‌باشد. انواع مختلفی از مسئله پستیچی چینی توسط محققان مختلف مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است که از جمله آنها می‌توان به مسئله پستیچی چینی تعمیم یافته [۳] و مسئله پستیچی چینی سلسله مراتبی [۴] اشاره نمود.

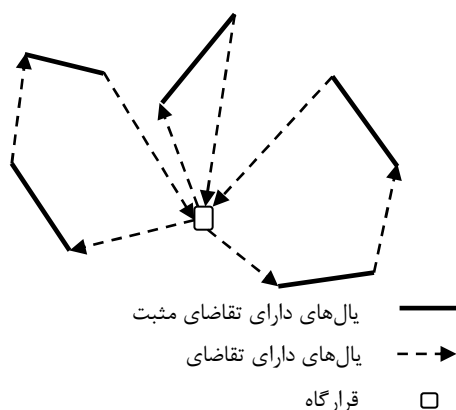
مسئله پستیچی چینی از دسته مسائل مسیریابی کمان بدون ظرفیت است که در آن همه یال‌های گراف می‌بایست پیمایش شوند. در مقابل، نوع دیگری از مسئله مسیریابی کمان بدون ظرفیت وجود دارد که لازم نیست همه یال‌های گراف پیمایش شوند بلکه تنها زیر مجموعه‌ای از یال‌ها، که یال‌های مورد نیاز نامیده می‌شوند پیمایش شده و سرویس می‌گیرند. این نوع مسئله، مسئله پستیچی روستایی نام دارد و اولین بار توسط ارلاف [۵] مطرح شد که در ادامه به طور خلاصه شرح داده می‌شود.

#### مسئله پستیچی روستایی

گراف بدون جهت  $G = (V, E)$  و یک زیر مجموعه  $E_R \subseteq E$  مفروض می‌باشد.  $E_R$  مجموعه یال‌های مورد نیاز<sup>۱</sup> است. هدف، یافتن مسیری با حداقل هزینه ممکن است که از همه یال‌های مجموعه  $E_R$  لااقل یکبار عبور نماید. تاکنون انواع مختلفی از مسئله پستیچی روستایی توسط محققان مختلف مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. از جمله مسئله پستیچی روستایی ویندی<sup>۲</sup> (WRPP) که ترکیبی از مسئله پستیچی روستایی و پستیچی ویندی می‌باشد و توسط بناونت و همکاران مطرح شد [۶]. این محققین مسئله یافتن حداقل انرژی صرف شده توسط یک ربات بالا رونده جهت بررسی تیر آهن‌های سه بعدی را به صورت یک مسئله پستیچی روستایی ویندی فرموله نمودند. کنترل مته‌کاری ماشین‌ها، بهینه‌سازی مسیر حرکت پرتو لیزر، جمع‌آوری زباله، تحویل محموله‌های پستی، نگهداری و تعمیر شبکه‌ها از دیگر کاربردهای مسئله پستیچی روستایی می‌باشند.

### ۳- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار

نوع دیگری از مسائل مسیریابی کمان، مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار می‌باشد (شکل (۲)) که برای اولین بار توسط گلدن و وانگ معرفی شد [۱]. مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار توسعه‌ای از مسئله پستیچی روستایی است که در آن به جای یک وسیله نقلیه از چند وسیله نقلیه برای سرویس‌دهی به مشتریان استفاده می‌شود. مسئله مذکور روی گراف متصل و بدون جهت  $G = (V, E)$  تعریف می‌شود. در این مسئله هر یک از یال‌ها دارای تقاضای  $q_{ij} \geq 0$  می‌باشند. همچنین مجموعه‌ای از وسایل نقلیه یکسان با ظرفیت محدود  $Q$ ، برای سرویس‌دهی به یال‌ها در یک قرارگاه مستقر می‌باشند. هدف مسئله، یافتن مجموعه مسیریابی برای هر یک از وسایل نقلیه با حداقل هزینه می‌باشد به طوری که سفر هر وسیله نقلیه از قرارگاه آغاز و به قرارگاه نیز ختم شود. همچنین هر یال تنها توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده می‌شود و کل تقاضای سرویس داده شده توسط هر وسیله نقلیه نمی‌بایست از ظرفیت مجاز آن تجاوز نماید.



شکل (۲): مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار

#### ۳-۱- مروری بر مدل‌های موجود در ادبیات موضوع

همان‌طور که پیشتر گفته شد مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار اولین بار توسط گلدن و وانگ معرفی شد. آنها یک فرمول‌بندی خطی برای این مسئله ارائه نمودند که شامل تعداد نامی از متغیرها بود. ولز نشان داد که کران پایین به دست آمده از آزادسازی خطی این فرمولاسیون همواره معادل صفر است [۷]. در ادبیات موضوع، مدل‌های خطی مختلفی برای CARP توسط محققان ارائه شده است. در نمونه‌های واقعی مسئله مسیریابی کمان ظرفیت دار، به طور معمول کران بالای  $K$  (تعداد وسایل نقلیه) کوچک می‌باشد. علاوه بر این، مسائل

1- Required Edge  
2- Windy Rural Postman Problem

در مدل ابر تنک تنها از یک متغیر صحیح استفاده می‌شود  $(z(e))$  که بیانگر تعداد دفعاتی است که یال  $e$  بدون گرفتن سرویس پیمایش می‌شود. در این مدل، تابع هدف به صورت  $\min \sum_{e \in E} w(e)z(e)$  است که فقط شامل هزینه پیمایش یال‌ها می‌باشد و سرویس‌دهی به آنها را در نظر نمی‌گیرد. بنابراین برای به دست آوردن هزینه واقعی می‌بایست هزینه ثابت سرویس‌دهی را در نهایت به هزینه به دست آمده از تابع هدف اضافه نمود.

در فرمولاسیون متراکم نیز فقط از یک متغیر باینری  $(x(e))$  به منظور نمایش پیمایش و یا عدم پیمایش یک یال مورد نیاز استفاده شده و تابع هدف آن به صورت  $\min \sum_{e \in E \setminus E'_R} w(e)x(e)$  می‌باشد.

۳-۲- کران‌های پایین برای مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار  
یک کران پایین برای یک مسئله مقداری است که برای آن می‌توان ثابت نمود که هر جواب موجه برای مسئله می‌بایست هزینه‌ای حداقل به اندازه آن داشته باشد. چندین کران پایین برای CARP تولید شده است که اکثر آنها مبتنی بر مسئله مقابله<sup>۴</sup> می‌باشند. از جمله کران‌های پایین ارائه شده برای مسئله CARP می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- کران پایین کریستوفیدس (CLB) [۱۳]
- کران پایین مقابله (MLB) [۱]
- کران پایین پویش گره (NSLB) [۱۴]
- کران پایین مقابله-پویش گره (MNSLB) [۱۵]
- کران پایین تکثیر گره (NDLB) [۱۶]، [۱۷]
- کران‌های پایین وین (WLB) [۱۸]
- کران‌های پایین بناونت (LB1, LB2, LB3, LB4) [۱۹]
- کران پایین تکثیر گره با چندین برش (MCNDLB) [۲۰]
- کران پایین آزادسازی‌های سلسله‌مراتبی (HRLB) [۲۱]

### ۳-۲-۱. ارتباط بین کران‌های پایین

ارتباط بین برخی از کران‌های پائین برای CARP به صورت شماتیک در شکل (۳) نشان داده شده است. در شکل (۳)، پیکانی که از یک کران پایین (x) به کران پایین دیگر (y) کشیده شده است؛ بیانگر این است که x بهتر از y می‌باشد. در این شکل مشخص است که هیچ ارتباطی بین کران پایین آزادسازی سلسله‌مراتبی با دیگر کران‌های پایین وجود ندارد.

واقعی بیشتر بر روی شبکه‌های جاده‌ای تعریف می‌شوند، در نتیجه گراف G بسیار تنک<sup>۱</sup> می‌باشد. گراف تنک گرافی است که اکثر گره‌های آن دارای درجه‌ای کمتر از ۵ می‌باشند [۸]. بسته به تعداد متغیرهای به کار رفته در فرمول بندی‌های مختلف برای مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، چهار مدل خطی زیر برای مسئله مذکور وجود دارد:

الف- فرمولاسیون جهت‌دار تنک شامل  $4K|E|$  متغیر [۷]

ب- فرمولاسیون تنک شامل  $2K|E|$  متغیر [۹]، [۱۰]

ج- فرمولاسیون ابر تنک<sup>۲</sup> شامل  $|E|$  متغیر [۱۱]، [۱۲]

د- فرمولاسیون متراکم<sup>۳</sup> شامل  $2|E|^2$  متغیر [۱۲]

محدودیت‌های این چهار مدل تقریباً مشابه می‌باشد، به عبارتی در همه آنها هر یال می‌بایست توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده شود. تعادل جریان در هر گره نیز می‌بایست رعایت شود. مجموع تقاضای سرویس داده شده توسط هر وسیله نقلیه نباید از ظرفیت مجاز آن تجاوز کند. تور هر وسیله نقلیه از یک قرارگاه آغاز و به همان قرارگاه ختم می‌شود. لیکن تفاوت عمده آنها در نوع متغیرهای به کار رفته و تعریف تابع هدف می‌باشد.

در فرمولاسیون تنک جهت‌دار، هر یال به صورت دو کمان در جهت مخالف و با هزینه و تقاضای یکسان در نظر گرفته می‌شود و از دو متغیر باینری، یکی به منظور نشان دادن پیمایش و یا عدم پیمایش  $(x_{ij})$  و دیگری به منظور نمایش سرویس و یا عدم سرویس  $(y_{ij})$  یال‌ها استفاده می‌شود. تابع هدف به صورت

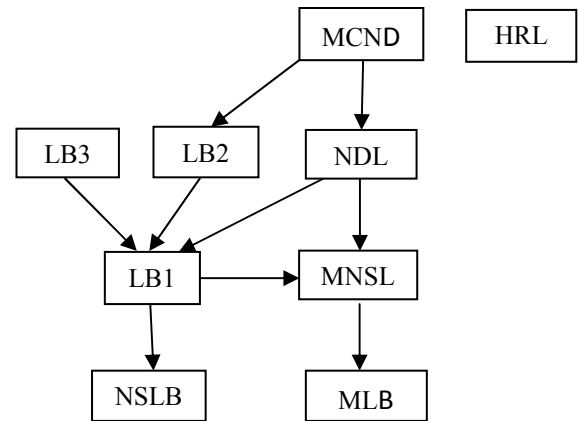
$$\min \sum_{p=1}^K \sum_{e \in \{v_i, v_j\}} w(e)(x_{ij}^p + x_{ji}^p)$$

یعنی کمینه نمودن کل هزینه پیمایش یال‌ها تعریف می‌گردد. مدل تنک، اولین مدل خطی بدون جهت است که در آن از دو نوع متغیر استفاده می‌شود. متغیر باینری  $x^p(e)$  که بیانگر پیمایش و یا عدم پیمایش یال  $e$  می‌باشد و متغیر صحیح  $y^p(e)$  که بیانگر تعداد دفعاتی است که یال  $e$  بدون گرفتن سرویس پیمایش می‌شود. در این مدل، تابع هدف به صورت  $\min \sum_{p=1}^K \sum_{e \in E} w(e)(x^p(e) + y^p(e))$  می‌باشد.

- 1- Sparse
- 2- Super Spars Formulation
- 3- Dense Formulation

4- Matching

زیرا هنوز ثابت نشده است که این کران پایین برای تمام مسائل نمونه نتایج بهتری را نسبت به دیگر کران‌ها ارائه می‌دهد [۲۲].



شکل (۳): ارتباط بین کران‌های پایین

### ۳-۳- روش‌های حل مسئله مسیریابی کمان

به‌طور کلی روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی از جمله مسائل مسیریابی کمان را می‌توان به چهار دسته زیر تقسیم نمود:

#### الف) روش‌های حل دقیق

این‌گونه روش‌ها، یافتن جواب بهینه مسئله را تضمین می‌کنند اما عیب عمده آنها این است که با افزایش بعد مسئله، زمان اجرای الگوریتم و هزینه محاسباتی آن به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. روش‌های شاخه و کران، شاخه و قیمت‌گذاری، صفحه برشی، شاخه و برش و تولید ستون از جمله روش‌های حل دقیق برای CARP می‌باشند [۱۶]، [۲۲]، [۲۴].

#### ب- روش‌های حل تقریبی

روش‌هایی هستند که مانند روش‌های ابتکاری یک جواب موجه برای مسئله ارائه می‌دهند. اما برخلاف روش‌های ابتکاری، تا حدی کارایی جواب تولید شده را تضمین می‌کنند، یعنی نسبت هزینه جواب به‌دست آمده از روش تقریبی به هزینه جواب بهینه، حداکثر یک مقدار ثابت خواهد بود [۱۸]، [۲۲]، [۲۵].

#### ج) روش‌های حل ابتکاری

اکثر مسائل مسیریابی در دسته مسائل NP-hard قرار می‌گیرند. از این‌رو روش‌های دقیق فقط قادر به یافتن جواب بهینه برای مسائل کوچک و متوسط می‌باشند. در حالی که اکثر کاربردهای واقعی، مسائلی با اندازه بزرگ می‌باشند. در چنین شرایطی روش‌های ابتکاری و فراابتکاری، روش‌هایی

امیدبخش برای ارائه جواب‌های موجه در زمان قابل قبول می‌باشند. روش‌های ابتکاری معمولاً برای نوع خاصی از مسائل استفاده می‌شوند و بهینگی جواب به‌دست آمده را تضمین نمی‌کنند. الگوریتم‌های Construct-Path-Scanning، Double Parallel-Insert، Augment-Merge، Strike، Outer Scan، روش ابتکاری تکثیر گره و روش ابتکاری قاعده بیضی از جمله روش‌های ابتکاری برای حل مسئله CARP می‌باشند [۱۳]، [۱۶]، [۲۲]، [۲۶]، [۲۸].

#### د) روش‌های حل فرا ابتکاری

این روش‌ها قابلیت کاربرد برای چندین مسئله مختلف را دارند و برخلاف روش‌های ابتکاری قادر به فرار از بهینه‌های محلی می‌باشند. الگوریتم‌های فراابتکاری مبتنی بر ساختار همسایگی می‌باشند. ساختار همسایگی روشی را برای حرکت از یک جواب به جواب دیگر ارائه می‌دهد. بعضی از الگوریتم‌های فراابتکاری مبتنی بر جمعیت هستند یعنی در هر تکرار، جمعیتی از جواب‌ها را تولید می‌کنند و برخی دیگر با استفاده از جستجوی محلی همسایه‌ها در هر تکرار، فقط یک جواب را تولید می‌کنند. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم ژنتیک (GA)، جستجوی ممنوع (TS)، سیستم کلونی یا اجتماع مورچه‌ها (ACS)، بازپخت شبیه‌سازی شده (SA) اشاره نمود [۲۹ و ۳۳].

### ۴- انواع مدل‌ها و کاربردهای مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار

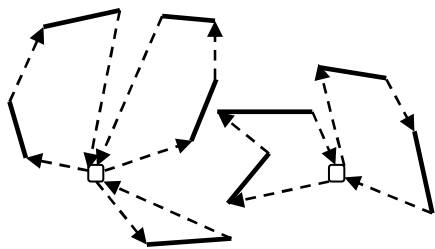
#### ۴-۱- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار دوره‌ای (PCARP)

در این مسئله به جای یک دوره، یک افق برنامه‌ریزی شامل چند دوره (یا چند روز) تعریف می‌شود. در بسیاری از کاربردهای واقعی مثلاً جمع‌آوری زباله لازم نیست که یال‌ها (خیابان‌ها) هر روز سرویس داده شوند. از این‌رو هر یال می‌بایست به تعداد از قبل تعیین شده‌ای در افق برنامه‌ریزی سرویس داده شود. به‌طور کلی ویژگی‌های PCARP به شرح زیر می‌باشند:

- ناوگانی از وسایل نقلیه یکسان با ظرفیت مشخص در قرارگاه مستقر می‌باشند.
- اندازه ناوگان متغیر تصمیم‌گیری می‌باشد.
- تعداد دفعاتی که هر یال مورد نیاز می‌بایست در افق برنامه‌ریزی سرویس داده شود و نیز ترکیب روز مجاز برای

مجموعه‌ای از تورهای وسایل نقلیه با حداقل هزینه است به قسمی که شرایط زیر برقرار باشد:

- سفر هر وسیله نقلیه از قرارگاهی که به آن تخصیص یافته شروع و در نهایت به همان قرارگاه ختم شود.
  - هر یال مورد نیاز فقط توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده شود.
  - محدودیت ظرفیت هر وسیله نقلیه در طول سفر آن رعایت شود [۳۶].
- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با چند قرارگاه به صورت شماتیک در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل (۴): مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با چند قرارگاه

#### ۴-۴- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار وابسته به زمان (TDCARP)<sup>۳</sup>

این مسئله شامل یافتن تورهای بهینه برای وسایل نقلیه یکسان با ظرفیت مشخص می‌باشد و روی یک گراف جهت‌دار تعریف می‌شود، که در آن هزینه سرویس‌دهی به زیر مجموعه‌ای از کمان‌های وابسته به زمان شروع سرویس‌دهی، می‌باشد. از کاربردهای این مسئله می‌توان به یخ‌زدایی جاده‌ها در زمستان اشاره نمود، وقتی که زمان‌بندی هر عملیات نیز مهم است. به عبارت دیگر اگر عملیات خیلی زود و یا خیلی دیر صورت گیرد، هزینه‌های مربوط به زمان و مواد (مثلاً نمک) به سرعت افزایش می‌یابد [۳۷].

#### ۴-۵- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار باز (OCARP)<sup>۴</sup>

در این مسئله لازم نیست که وسایل نقلیه پس از اتمام کارشان به قرارگاه برگردند، در نتیجه هیچ توری (حلقه) تشکیل نمی‌شود. این مسئله در کنتور خوانی سازمان‌هایی مانند توزیع آب، برق و گاز کاربرد دارد [۳۸]. شکل (۵) به صورت شماتیک این مسئله را نشان می‌دهد.

آن مشخص می‌باشد. منظور از ترکیب روز، ترکیبات مختلفی است که یک یال می‌تواند براساس آن سرویس بگیرد. برای مثال اگر یک یال سه روز در هفته می‌بایست سرویس داده شود، دو ترکیب روز مجاز برای آن می‌تواند «شنبه، دوشنبه، پنجشنبه» و یا «یکشنبه، دوشنبه، چهارشنبه» باشد.

- سفر هر وسیله نقلیه از قرارگاه آغاز و به قرارگاه ختم می‌شود.
- هدف مسئله، تعیین یک ترکیب روز ممکن برای هر یال و نیز تعیین مجموعه‌ای از سفرها برای هر وسیله نقلیه در هر روز از افق برنامه‌ریزی می‌باشد [۳۴].

#### ۴-۲- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با پنجره‌های زمانی<sup>۱</sup> (CARPTW)

این مسئله توسعه‌ای از مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار است که در آن هر یال مورد نیاز دارای یک پنجره زمانی (بازه زمانی) بوده و سرویس‌دهی به آن می‌بایست در آن مدت شروع شود. از کاربردهای این مسئله می‌توان به مسئله زمان‌بندی خطوط پرواز در فرودگاه و جاروب خیابان‌ها اشاره نمود. CARPTW شامل یافتن تورهایی برای وسایل نقلیه است به قسمی که دارای ویژگی‌های زیر باشد:

- هر یال مورد نیاز دقیقاً توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده شود.
- سرویس‌دهی به هر یال مورد نیاز در پنجره زمانی مربوط به آن شروع شود.
- محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه رعایت شود.
- سفر هر وسیله نقلیه از قرارگاه آغاز و به قرارگاه ختم شود.
- کل هزینه تورها، کمینه گردد [۳۵].

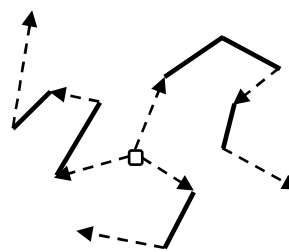
#### ۴-۳- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با چند قرارگاه (MDCARP)<sup>۲</sup>

در این مدل برخلاف حالت کلاسیک، چند قرارگاه وجود دارد. در بسیاری از کاربردهای CARP مانند جمع‌آوری زباله، یخ‌زدایی جاده‌ها در زمستان و جاروب خیابان‌ها، هنگامی که ناحیه مورد بررسی خیلی بزرگ است، طبیعتاً مسئله به صورت چند قرارگاهی مدل می‌شود. در حالت کلی MDCARP شامل ناوگانی از وسایل نقلیه یکسان با ظرفیت مشخص است که در یک قرارگاه مستقر می‌باشند. هدف مسئله تعیین

3- Time Dependent Capacitated Arc Routing Problem  
4- Open Capacitated Arc Routing Problem

1- Capacitated Arc Routing Problem with Time Windows  
2- Multi-Depot Capacitated Arc Routing Problem

قبل برای یک کالای خاص تعریف شده است، برای سرویس‌دهی به یال‌ها در یک قرارگاه مستقر می‌باشند. هدف مسئله، یافتن مجموعه‌ای از مسیرهای بهینه برای وسایل نقلیه می‌باشد، طوری که هر مسیر از قرارگاه آغاز و به آن ختم شود و ظرفیت هر بخش از وسیله نقلیه نیز رعایت شود. از کاربردهای این مسئله می‌توان به جمع‌آوری دسته‌های مختلف زباله‌های خانگی (مثلاً زباله‌های قابل بازیافت و زباله‌های عمومی) اشاره نمود [۴۰].



شکل (۵): مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار باز

#### ۴-۸- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار همراه با سود (CARPP)<sup>۳</sup>

در این مسئله، زیر مجموعه‌ای از یال‌ها به‌عنوان یال‌های سودآور محسوب شده و هر یک از آنها دارای تقاضا و سود معینی می‌باشند. هم‌چنین ناوگانی از وسایل نقلیه یکسان با ظرفیت محدود می‌بایست طی مدت زمان معینی به یال‌های سودآور سرویس دهند. سود هر یال فقط توسط یک وسیله نقلیه جمع‌آوری شده و تقاضای متناظر با هر یال نیز می‌بایست توسط همان وسیله نقلیه‌ای که سود آن را جمع‌آوری نموده است، سرویس داده شود. هدف مسئله، یافتن تورهایی برای هر یک از وسایل نقلیه می‌باشد طوری که کل سود جمع‌آوری شده حداکثر گردد و محدودیت‌های ظرفیت و زمان نیز برای هر یک از وسایل نقلیه نیز رعایت شود [۴۱].

#### ۴-۹- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با نقاط باز پر سازی (CARP-RP)<sup>۴</sup>

در این مسئله دو نوع مختلف از وسایل نقلیه موجود می‌باشد. نوع اول، آنهایی هستند که به کمان‌های مورد نیاز سرویس می‌دهند و دارای ظرفیت محدود می‌باشند. نوع دوم، آنهایی هستند که به وسایل نقلیه نوع اول (در هر مکانی که لازم باشد) سرویس می‌دهند. یکی از کاربردهای این مسئله در نشانه‌گذاری جاده‌ها می‌باشد. زمانی که ظرفیت رنگ وسایل نقلیه نوع اول تمام می‌شود، وسایل نقلیه نوع دوم برای پر کردن مجدد آنها به کار برده می‌شوند. در نتیجه وسایل نقلیه نوع اول می‌توانند به عملیات سرویس‌دهی به کمان‌ها ادامه دهند [۴۲].

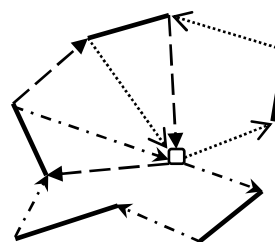
#### ۴-۶- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تحویل چند بخشی (SDCARP)<sup>۱</sup>

در این مسئله تقاضای هر یال می‌تواند توسط چند وسیله نقلیه سرویس داده شود. به عبارت دیگر تقاضای هر یال می‌تواند به چند بخش تقسیم شده و هر بخش آن توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده شود. ویژگی‌های این مسئله به شرح زیر می‌باشد:

- هر یال دارای تقاضای ثابتی است که می‌تواند از ظرفیت وسایل نقلیه بیشتر باشد.
- هر یال می‌تواند در هر دو جهت خود سرویس داده شود.
- مسیر هر وسیله نقلیه از قرارگاه شروع و به آن ختم می‌شود.

- ظرفیت همه وسایل نقلیه یکسان می‌باشد [۳۹].

مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تقاضای چند بخشی به صورت شماتیک در شکل (۶) نشان داده شده است. در شکل (۶)، مسیر سه وسیله نقلیه با سه نوع پیکان نشان داده شده است.



شکل (۶): مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تقاضای چند بخشی

#### ۴-۷- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار چند بخشی (MCCARP)<sup>۲</sup>

در این مسئله یال‌های مورد نیاز، متقاضی کالاها یا خدمات مختلف می‌باشند. ناوگانی از وسایل نقلیه با چند بخش مختلف که هر بخش دارای ظرفیت مشخص بوده و از

3- Capacitated Arc Routing Problem with Profits  
4- Capacitated Arc Routing Problem with Refill Points

1- Split Delivery Capacitated Arc Routing Problem  
2- Multi-Compartment Capacitated Arc Routing Problem

#### ۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

امروزه مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار به‌عنوان یک موضوع چالش برانگیز مورد توجه بسیاری از محققان می‌باشد. این مسئله دارای کاربردهای عملی بسیار با هزینه‌های هنگفت در حوزه‌های لجستیک و توزیع می‌باشد. از این رو یافتن روش‌هایی جهت کاهش این هزینه‌ها و تطابق بیشتر مدل‌های مسئله مذکور با شرایط دنیای واقعی از اهمیت بسیاری برخوردار می‌باشد.

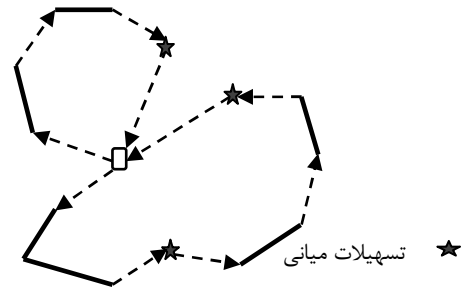
در این مقاله ضمن بیان ویژگی‌های مهم مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، مروری بر کاربردها، انواع مدل‌ها و روش‌های حل مسئله مذکور انجام شد تا در آینده سایر محققین بر مبنای این تجربیات بتوانند پژوهش‌های خاصی را با اعمال شرایط و محدودیت‌های جدید نظیر اهداف چندگانه، وضعیت‌های فازی و غیره صورت دهند، زیرا کارهای زیادی در ارتباط با مسائل مسیریابی کمان هنوز ضروری و مورد نیاز می‌باشد.

#### منابع

- [1] B.L. Golden and R.Wong, "Capacitated arc routing problems", Networks, vol.11, pp.305-315, 1981.
- [2] M.Guan, "Graphic Programming using odd and even points", Chinese Mathematics, vol.1, pp.273-277, 1962.
- [3] M. Dror and M. Haouari, "Generalized steiner problems and other variants", J Combinat Optim, vol.4, pp.415-436, 2000.
- [4] M. Dror, H.I. Stern and P. Trudeau, "Postman Tour on a Graph with Precedence Relation On Arcs", Networks, vol.17, pp.283-294, 1987.
- [5] C.S. Orloff, "A Fundamental Problem in Vehicle Routing", Networks, vol.4, pp.35-64, 1974.
- [6] E. Benavent, A. Carrota, A. Corberán, J.M. Sanchis and D. Vigo, "Lower bounds and heuristics for the windy rural postman problem", Eur J Oper Res, vol.176, pp.855-869, 2007.
- [7] S. A. Welz, "Optimal solutions for the capacitated arc routing problem using integer programming", PhD thesis, Department of QT and OM, University of Cincinnati, 1994.
- [8] R. W. Eglese and A. N. Letchford, "Polyhedral Theory for Arc Routing Problems". In M. Dror, editor, Arc Routing: Theory, Solutions and Applications, pp.199-230, 2000.
- [9] J. M. Belenguer, "The capacitated arc-routing problem polyhedron". PhD thesis, Department of Statistics and Operations Research, University of Valencia, 1990.

#### ۴-۱۰- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تجهیزات (تسهیلات) میانی<sup>۱</sup> (CARPIF)

در این مسئله زیر مجموعه‌ای از تجهیزات میانی جهت بارگیری یا تخلیه وسایل نقلیه در نظر گرفته می‌شود. این تجهیزات می‌توانند کامیون‌هایی با بار نمک یا شن (در کاربردهای یخ‌زدایی در زمستان) و یا تجهیزات محلی برای دفع و سوزاندن زباله‌ها (در کاربردهای جمع‌آوری زباله) باشند. هدف مسئله، طراحی تور بهینه برای هر یک از وسایل نقلیه می‌باشد طوری که کل تقاضای سرویس داده شده توسط وسیله نقلیه در مسیر بین قرارگاه و اولین تسهیلات میانی و یا بین دو تسهیلات میانی از ظرفیت وسیله نقلیه تجاوز نکند [۴۳]. این مسئله به‌صورت شماتیک در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل (۷): مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تجهیزات میانی

#### ۴-۱۱- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار احتمالی (SCARP)

این مدل از مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، برای حل مسائلی به‌کار برده می‌شود که در آنها برخی از پارامترهای مسئله دارای ماهیت تصادفی می‌باشند. به‌عنوان مثال در بسیاری از کاربردهای واقعی CARP، از جمله جمع‌آوری زباله، توزیع شیر و برف‌روبی خیابان‌ها، مقدار دقیق تقاضا مشخص نمی‌باشد. از این رو مسئله به‌صورت SCARP در نظر گرفته می‌شود [۴۴ و ۴۵].

#### ۴-۱۲- مسئله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار چندهدفه (MOCARP)<sup>۲</sup>

در این مدل، بهینه‌سازی چند هدف مختلف هم‌زمان با هم در نظر گرفته می‌شود. به‌عنوان مثال در کاربردهای واقعی مانند نمک‌پاشی خیابان‌ها، هزینه کل از یک سو به هزینه‌های مسیریابی (هزینه‌های مربوط به سوخت و استفاده از وسایل نقلیه) و از سوی دیگر به هزینه بلندترین تور (دستمزد رانندگان با توجه به زمان کاری آنها) بستگی دارد [۴۶].

1- Capacitated Arc Routing Problem with Intermediate  
2- Stochastic Capacitated Arc Routing Problem  
3- Multi Objective Capacitated Arc Routing Problem



- Management Science, Lancaster University, 2006.
- [25] K. Jansen, "Bounds for the General Capacitated Routing Problem, Networks", vol.23, pp.165-173, 1993.
- [26] B. L. Golden, J. S. DeArmon and E. K. Baker, "Computational experiments with algorithms for a class of routing problem", Computers And Operations Research, vol.10, No.1, pp.47-59, 1983.
- [27] L. Chapleau, J. A. Ferland, G. Lapalme and J. M. Rousseau., "A Parallel Insert Metode for the Capacitated Arc Routing Problem", Operations Research Letters, vol.3, No.2, pp.95-99, 1984.
- [28] J.M. Belenguer, E. Benavent, P. Lacomme and C. Prins, "Lower and upper bounds for the mixed capacitated arc routing problem", Computers and Operations Research, vol.33, pp.63-83, 2006.
- [29] A. Hertz, "Recent trends in arc routing, Graph Theory", Combinatorics and Algorithmics: Interdisciplinary Applications, I. Hartman, M. Golumbic (Editors), Kluwer, pp. 215-236, 2005.
- [30] A. Amberg, W. Domschke and S. Voss, "Multiple Center Capacitated Arc Routing Problems: A Tabu Search Algorithm using Capacitated Trees", European Journal of Operational Research, vol. 124, pp.360-367, 2000.
- [31] P. Lacomme, C. Prins and W. Ramdane-Cherif, "Competitive memetic algorithms for arc routing problems", Annals of Operations Research, vol.131, pp.159-185, 2004.
- [32] P. Lacomme, C. Prins and A. Tanguy, "First competitive ant colony scheme for the CARP", Lecture Notes in Computer Science, vol.3172, pp.426-427, 2004.
- [33] R. W. Eglese, "Routing winter gritting vehicle", Discrete Applied Mathematics, vol.48, pp.231-244, 1994.
- [34] F. Chu, N. Labadi and C. Prins, "A Scatter Search for the periodic capacitated arc routing problem", European Journal of Operational Research, vol.169, pp.586-605, 2006.
- [35] N. Labadi, C. Prins and M. Reghioui, "GRASP with pathrelinking for the capacitated arc routing problem with time windows", Advances in computational intelligence in transport, logistics and supply chain management, vol.144, pp.111-135, 2009.
- [36] L. Xing, P. Rohlfshagen, Y. Chen and X. Yao, "An Evolutionary Approach to the Multidepot Capacitated Arc Routing Problem", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol.14, No.3, pp.356-374, 2010.
- [10] J. M. Belenguer and E. Benavent, "The capacitated arc routing problem: Valid inequalities and facets", Computational Optimization & Applications, vol.10, No.2, pp.165-187, 1998.
- [11] J. M. Belenguer and E. Benavent, "A cutting plane algorithm for the Capacitated Arc Routing Problem", Computers And Operations Research, vol.30, No.5, pp.705-728, 2003.
- [12] A. N. Letchford. "Polyhedral Results for some constrained Arc Routing Problems", PhD thesis, Department of Management Science, Lancaster University, 1997.
- [13] N. Christfides, "The Optimum Traversal of a Graph", Omega, vol.1, pp.719-732, 1973.
- [14] A. A. Assad, W. L. Pearn, and B. L. Golden, "The Capacitated Chinese Postman Problem: Lower Bounds and Solvable Cases", American Journal of Mathematics and Management Science, vol.7, pp.63-88, 1987.
- [15] W. L. Pearn, "New lower bounds for the Capacitated Arc Routing Problem", Networks, vol.18, pp.181-191, 1988.
- [16] Y. Saruwatari, R. Hirabayashi, and N. Nishida, "Node duplication lower bounds for the capacitated arc routing problem", Journal of the Operations Research Society of Japan, vol.33, No.2, pp.119-133, 1992.
- [17] R. Hirabayashi, Y. Saruwatari and N. Nishida, "Tour construction algorithm for the capacitated arc routing problems", Asia Pacific Journal of Operational Research, vol.9, No.2, pp.155-175, 1992.
- [18] Z. Win. "Contributions to Routing Problems", PhD thesis, University of Augsburg, 1987.
- [19] E. Benavent, V. Campos, A. Corberan and E. Mota, "The Capacitated Arc Routing Problem: Lower Bounds, Networks", vol.22, pp.669-690, 1992.
- [20] S. Wohlk, "New Lower Bound for the Capacitated Arc Routing Problem", Submitted to Computers and Operations Research, 2004.
- [21] A. Amberg and S. Voss, "A hierarchical relaxations lower bound for the capacitated arc routing problem", In R. H. Sprague, editor, Proceedings of the 35<sup>th</sup> Annual Hawaii International Conference on System Sciences, IEEE, vol.3, pp.1-10, 2002.
- [22] S. Wøhlk, "Contributins to arc routing", PhD thesis, University of Southern Denmark, 2005.
- [23] J. M. Belenguer and E. Benavent, "A cutting plane algorithm for the Capacitated Arc Routing Problem", Computers and Operations Research, vol.30, No.5, pp.705-728, 2003.
- [24] A. N. Letchford and A. Oukil, "Exploiting sparsity in pricing routines for the capacitated arc routing problem", working paper, Department of

- [37] M. Tagmouti, M. Gendreau and J.-Y. Potvin, “*Arc routing problems with time-dependent service costs*”, European Journal of Operational Research, vol. 181, pp.30–39, 2007.
- [38] S. Cafieri, A. Mucherino, G. Nannicini, F. Tarissan and L. Liberti (Eds.), “*Proceedings of the 8th Cologne-Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*”, pp.3-6, 2009.
- [39] S. Eskandarzadeh, R. Tavakkoli-Moghaddam and A. Azaron, “*An extension of the relaxation algorithm for solving a special case of capacitated arc routing problems*”, Int. Conf. on Industrial Engineering, Tehran, Iran, pp.10-11, 2007.
- [40] L. Muyldermans and G.Pang, “*A guided local search procedure for the multi-compartment capacitated arc routing problem*”, Computers and Operations Research vol.37, pp.1662–1673, 2010.
- [41] C. Archetti, D. Feilletb, A. Hertz and M. GraziaSperanza, “*The undirected capacitated arc routing problem with profits*”, Computers And Operations Research vol.37, pp.1860–1869, 2010.
- [42] A. Amaya, A. Langevin and M. Trepanier, “*The capacitated arc routing problem with refill points*”, Operations Research Letters, vol.35, No.1, pp.45–53, 2007.
- [43] G. Ghiani, G. Improta and G. Laporte, “*The capacitated arc routing problem with intermediate facilities*”, Networks, vol.37, 134–143, 2001.
- [44] G. Fleury, P. Lacomme and C. Prins, “*Stochastic capacitated arc routing problems*”, Research Report LIMOS/RR-05-12, 2005.
- [45] G. Fleury, P. Lacomme, C. Prins and W. Ramdane-Cherif, “*Improving robustness of solutions to arc routing problems*”, Journal of the Operational Research Society, vol.56, pp.526–538, 2005.
- [46] Y. Mei, K. Tang and X. Yao, “*Decomposition-Based Memetic Algorithm for Multi-Objective Capacitated Arc Routing Problem*”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009.