برنامه‌ریزی پویا جهت انتخاب تأمین‌کننده و تعیین میزان سفارش

میربهادر قلی آریانژاد[1]، ابراهیم تیموری[2]، محمد مهدی مقری[3*] **حمیدرضا قاضی مقدم[4]**
دانشکده مهندسی صنایع
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده مهندسی راه‌آهن
دانشگاه علم و صنعت ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۶/۲۸
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۸/۳۰

چکیده

در این مقاله مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تعیین مقدار سفارش تخصیص داده شده، به هر تأمین‌کننده به صورت هم‌زمان در برنامه‌ریزی چند دوره‌ای بررسی شده است. زنجیره تأمین در نظر گرفته شده، از چند شرکت تأمین‌کننده و یک شرکت تولید کننده تشکیل شده، که تولید کننده مایل است جهت تهیه یک کالا از بین تأمین‌کننده‌های حائز شرایط، تأمین‌کننده و مقدار سفارش بهینه در هر دوره‌ی زمانی را مشخص کند. هر تأمین‌کننده قیمت متفاوتی برای کالا پیشنهاد می‌کند و هزینه ثابت سفارش‌دهی نیز برای هر یک متفاوت می‌باشد. نیاز تولید کننده به کالا در هر دوره، متفاوت و معلوم فرض شده و هزینه انبارداری نیز در نظر گرفته شده است. ما برای این مسئله، یک مدل ریاضی ارائه کرده و یک روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو جهت حل بهینه و دقیق آن پیشنهاد داده‌ایم. در نهایت یک مثال عددی ذکر شده و نتایج محاسبات کامپیوتری با روش جستجوی شمارشی شاخه و کران مقایسه شده است. که نشان‌دهنده کارایی بسیار بالاتر الگوریتم ارائه شده می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: زنجیره تأمین، انتخاب تأمین‌کننده، اندازه دسته سفارش.

۱– مقدمه

در دنیای رقابتی امروز، هم‌زمان با رشد بی‌سابقه صنعت، توقع مشتری‌ها از شرکت‌ها نیز بیشتر و از طرفی حاشیه سود شرکت‌ها کمتر شده است. برای بقا در این عرصه، شرکت‌ها شدیداً در صدد کاهش هزینه‌ها برآمدند. "مدیریت تأمین" و "مدیریت موجودی‌ها" جزو مهم‌ترین تصمیمات هر شرکت است که بخش عمده‌ای از هزینه‌های شرکت را، تحت تأثیر قرار می‌دهد. در صورت تعدد تأمین‌کننده‌ها و تفاوت قیمت‌های پیشنهاد شده و نیز در نظر گرفتن هزینه‌های سفارش دهی، هزینه‌های انبارداری و ارتباط بین آنها این تصمیمات بسیار دشوار می‌شود. با توجه به این دشواری تصمیم، شرکت‌ها به روش‌های نوین علمی و مدل‌های ریاضی، برای تصمیم‌گیری مناسب نیاز دارند.

مسئله انتخاب تأمین‌کننده‌ی مناسب، سال‌هاست که مورد توجه شرکت‌ها و مورد مطالعه محققین می‌باشد.

در این مسئله هزینه‌های ثابت سفارش‌دهی به تأمین‌کننده و قیمت پیشنهادی آن تأمین‌کننده، در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر بحث مدیریت و کنترل موجودی نیز به وفور در ادبیات موضوع مطالعه شده است. مسئله تعیین میزان سفارش (اندازه‌ی دسته) از مسائل مهم این حوزه می‌باشد. در این مسائل دو نوع هزینه موجودی کالای انبار و هزینه‌های سفارش‌دهی، در نظر گرفته شده است. با کاهش مقدار کالا در هر بار سفارش و در نتیجه افزایش دفعات سفارش، موجودی کالای انبار و هزینه‌های مربوطه کاهش می‌یابد ولی هزینه‌های سفارش‌دهی افزایش می‌یابد. تعداد اندکی از مقالات این حوزه هر دو مسئله انتخاب تأمین‌کننده و کنترل موجودی را به‌طور هم‌زمان

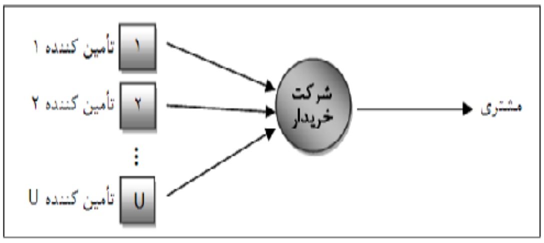
۱- استاد دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران، پست الکترونیکی: mirarya@iust.ac.ir
۲- استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران، پست الکترونیکی: Teimoury@iust.ac.ir
۳*- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، نویسنده پاسخگو، پست الکترونیکی: muqri.mu@gmail.com، نشانی: قم، زنبیل آباد، انتهای صدوقی ۳۲، بن بست بوعلی، پلاک ۱۴
۴- کارشناسی ارشد مهندسی راه‌آهن، پست الکترونیکی: H.moghaddam@gmail.com

درنظر گرفته‌اند. مسئله ترکیبی معادل انتخاب تأمین‌کننده و تعیین مقدار سفارش تخصیص یافته به هـر تأمـین‌کننده، با درنظـر گـرفتن هـزینه‌هـای موجودی انبار در هر دوره‌ی زمانی افق برنامه‌ریزی می‌باشد.

براهیمی[۱] و همکارانش[۱] مرور نسبتاً جامعی را برای مسائل تعیین میزان سفارش یک کالا (اندازه دسته) در حالتی که تقاضا در دوره‌های مختلف ثابت نباشد، ارائه کردند. این نوع مسائل اولین بار در مقاله والگنر و ویتین[۲] [۲] مطرح شد و توسط یک روش برنامه‌ریزی پویا در زمان $O(n^2)$ حل شد. سپس ایوانس[۳][۳] ،زو و هدی[۴] [۴] و محققین دیگر روش حل آنها را بهبود دادند. به علت کاربردی بودن این مسئله و استفاده از آن در مسائل دیگر، محققین بسیاری از جمله آریانژاد[5] ، ولسی[۶] [۶] و کاتریسی[۷] و همکارانش[۷] بر روی ویژگی‌های این مسئله کار کردند. مسئله انتخاب تأمین‌کننده مناسب بدون در نظر گرفتن موجودی انبار نیز در ادبیات موضوع به فراوانی مشاهده می‌شود (مانند وبر و کارنت[8] [۸]). اما در مورد مسئله تعیین اندازه دسته، با در نظر گرفتن موجودی و چند تأمین‌کننده تعداد مقالاتی کمی موجود است. آیسائوی[۹] و همکارانش[۹] مقاله مروری خود را برای این مسئله در حالات مختلف ارائه کردند. دای و کیوآی[۱۰][۱۰] و رزن‌بلات[۱۱] و همکارانش[۱۱] این مسئله را در حالت تقاضای ثابت بررسی کردند و روش مقدار اقتصادی سفارش (EOQ)[۱۲] موجود را برای آن توسعه دادند. تمپلمیر[۱۳] [۱۲] یک مدل جدید و یک راه‌حل ابتکاری برای این مسئله در حالت تقاضای غیر ثابت، با در نظر گرفتن شرایط تخفیف و برای یک کالا ارائه کرد. که جواب نزدیک به بهینه می‌دهد. دمیرتاس و یوستن[۱۴] [۱۳] و [۱۴] این مسئله را با رویکرد تصمیم‌گیری چند معیاره بررسی کردند. رضایی و داودی[15] [۱۵] و [۱۶] مسئله چند کالایی را به ترتیب در حالت فازی و با کیفیت نامطلوب کالا در نظر گرفتند. و با روش ژنتیک الگوریتم به حل آن پرداختند. هاسینی[۱۶][۱۷] محدودیت ظرفیت تأمین‌کنندگان را نیز در این مسئله به همراه تخفیف و زمان انجام سفارش، در نظر گرفت و یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای آن ارائه کرد. در مسئله مورد نظر می‌توان هم‌زمان برای نحوه حمل و نقل کالا نیز تصمیم‌گیری کرد که نیازمند مدل پیچیده‌تری می‌باشد (ریتسچر و لی‌یائو[۱۷] [۱۸]). باسنت و لیونگ[۱۸] [۱۹] مسئله تعیین اندازه دسته سفارش به همراه تأمین‌کننده، را در حالت تقاضای معین و متفاوت برای چند کالا در نظر گرفتند. آنها یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای آن توسعه دادند. و یک راه حل ابتکاری با جواب نزدیک به بهینه برای آن ارائه کردند. مسئله‌ای که ما در این مقاله بررسی کرده‌ایم شبیه مسئله باسنت و لیونگ [۱۹] و در حالت یک کالایی می‌باشد.

در ادامه این مقاله ابتدا مسئله به صورت علمی و دقیق بیان می‌شود. و سپس با ارائه فرضیات در نظر گرفته شده، یک مدل ریاضی عدد صحیح برای آن توسعه داده می‌شود. ما با در نظر گرفتن ویژگی‌های این مسئله و به کمک روابط موجود، رابطه جدیدی برای حل این مسئله ارائه کرده‌ایم که به کمک آن می‌توان از روش برنامه‌ریزی پویا اقدام به حل مسئله نمود. الگوریتم حل به دو شکل گام به گام و محاسبات جدولی ارائه شده و در نهایت مثال عددی مناسب ذکر شده است. در انتها نتایج محاسبات کامپیوتری را آورده و روش ارائه شده را با روش جستجوی شاخه و کران مقایسه کرده‌ایم.

1 - Brahimi
2 - Wagner and Whitin
3 - Evans
4 - Zhu and Heady
5 - Aryanezhad
6 - Wolsey
7 - Cattrysse
8 - Weber and Current
9 - Aissaoui
10 - Dai and Qi
11 - Rosenblatt
12 - Economic Order Quantity (EOQ)
13 - Tempelmeier
14 - Demirtas and Ustun
15 - Rezaei and Davoodi
16 - Hassini
17 - Rittscher and Liao
18 - Basnet and Leung



شکل (۱): شمای زنجیره تأمین مسئله مورد بررسی

۲- بیان مسئله و مدل ریاضی

۲-۱- بیان مسأله

کارخانه‌ای را در نظر بگیرید (شرکت تولیدکننده در شکل ۱)، که برای تهیه کالای مورد نیاز خود (مواد اولیه)، قادر به خرید آن از چند تأمین‌کننده مختلف است. هر کدام از این تأمین‌کنندگان، قیمت متفاوتی را برای هر واحد کالا پیشنهاد داده‌اند و هم‌چنین با توجه به فاصله بین تأمین‌کننده تا کارخانه و شرایط دیگر، هزینه‌ی ثابت سفارش دهی برای هر تأمین‌کننده نیز متفاوت می‌باشد (هزینه‌ی ثابت، مستقل از تعداد کالای سفارش داده شده است). از طرف دیگر کارخانه نیز مشتریان خود را دارد و تقاضای آنها در همه دوره‌های زمانی، در زمان برنامه‌ریزی مشخص فرض شده است. (این تقاضا ممکن است در دوره‌های مختلف یکسان نباشد). در نتیجه نیاز کارخانه به کالا در دوره‌های مختلف معلوم می‌باشد. در ضمن کارخانه مورد بحث، دارای انباری جهت نگهداری اضافی کالای هر دوره، برای پاسخگویی تقاضای کالا در دوره‌های بعد می‌باشد. در نتیجه کارخانه قادر به سفارش‌دهی نیاز چند دوره به صورت یک جا و نگهداری مازاد در انبار می‌باشد (اقتصاد به مقیاس). این امر هزینه‌های ثابت سفارش‌دهی را کاهش می‌دهد. زیرا این هزینه‌ها فقط به تعداد دفعات سفارش دهی وابسته است ولی از طرف دیگر کارخانه متحمل هزینه‌های مربوط به انبار داری می‌شود. این کارخانه نیازمند برنامه ای است که مشخص کند در هر دوره ، به چه مقدار و به کدام تأمین‌کننده سفارش کالا دهد.

پیش از ارائه مدلی برای مسئله مطرح شده، لازم است فرضیات مسئله به طور دقیق مشخص شوند. این فرضیات عبارتند از:

فرضیات

- زنجیره تأمین در نظر گرفته شده، شامل دو سطح تأمین‌کنندگان (U تأمین‌کننده)، و تولید کننده می‌باشد و توزیع‌کننده در نظر گرفته نشده است.
- برنامه‌ریزی برای تولید کننده انجام می‌شود و برای یک کالا در نظر گرفته شده است.
- تولیدکننده تقاضای مشتریان خود را می‌داند، در نتیجه نیاز تولیدکننده به کالا (مواد اولیه)، در هر دوره مشخص است.
- دوره برنامه‌ریزی محدود و شامل T دوره می‌باشد.
- قیمت واحد کالا و مقدار کالای سفارش داده شده، از هم مستقل می‌باشند. (تخفیف مقداری درنظر گرفته نشده است)
- هزینه نگهداری موجودی، رابطه خطی با مقدار موجودی کالا دارد.
- زمان پاسخگویی سفارش، مشخص و ثابت است. و بدون کم شدن از کلیت مسئله صفر درنظر گرفته شده است.
- موجودی اولیه (در ابتدای دوره اول)، و نهایی (انتهای دوره آخر)، صفر درنظر گرفته شده است.
- کسری کالا برای تولید کننده مجاز نمی‌باشد، یعنی تقاضای مشتریان به کالا در همه دوره‌ها، باید بدون تعویق پاسخ داده شود.

نمادها

u: شماره تأمین‌کننده $u=1,2,\ldots,U$

t: شماره دوره زمانی $t=1,2,\ldots,T$

d_t: نیاز شرکت تولید کننده به کالا در دوره t

h_t: هزینه نگهداری یک واحد کالا در دوره t

s_{ut}: هزینه ثابت سفارش‌دهی به تأمین‌کننده u در دوره t

p_{ut}: قیمت خرید هر واحد کالا از تأمین‌کننده u در دوره t

I_t: مقدار موجودی کالا در انتهای دوره t

X_{ut}: مقدار سفارش داده شده به تأمین‌کننده u در دوره t

Y_{ut}: برابر ۱ است اگر در دوره t به تأمین‌کننده u سفارشی تخصیص داده شود و در غیر این صورت ۰ است.

با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده و نمادهای ذکر شده، مدل ریاضی مسئله به صورت زیر است:

۲-۲- مدل ریاضی

$$\text{Minimize } \sum_{t=1}^{T}\sum_{u=1}^{J} s_{ut}Y_{ut} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{u=1}^{J} p_{ut}X_{ut} + \sum_{t=1}^{T} h_t I_t \qquad (۱)$$

$$I_t = I_{t-1} + \sum_{u=1}^{J} X_{ut} - d_t \quad \forall u,t \qquad (۲)$$

$$X_{ut} \le Y_{ut} \sum_{1}^{t} d_k \quad \forall u,t \qquad (۳)$$

$$Y_{ut} = 0 \text{ or } 1 \quad \forall u,t \qquad (۴)$$

$$X_{ut}, I_t \ge 0 \quad \forall u,t \qquad (۵)$$

تابع هدف (۱) مینیمم کردن مجموع هزینه‌ها می‌باشد، که شامل هزینه ثابت سفارش‌دهی، هزینه متغیر خرید و هزینه نگهداری موجودی می‌باشد. محدودیت (۲) یک رابطه تعادلی بین موجودی دوره t و دوره t-1 است با توجه به نیاز تولیدکننده به کالا در دوره t و مجموع کالاهایی که در دوره t از تامین‌کنندگان دریافت شده است. محدودیت (۳) رابطه بین مقدار سفارش و متغیر صفر و یک Y را در هر دوره نشان می‌دهد.

پیش از ارائه روش حل، چند ویژگی جواب بهینه مسئله را بیان می‌کنیم:

لم (۱): در هر دوره، سفارش کالا به ۲ یا چند تأمین‌کننده بهینه نمی‌باشد، به عبارت دیگر:

$$\forall t,\ u \neq k \quad X_{ut}X_{kt} = 0$$

لم (۲): در جواب بهینه مسئله رابطه $X_{ut}I_{t-1}=0$ به ازای همه u و tها برقرار است. یعنی در دوره ای که مقدار موجودی مثبت است، سفارش دهی انجام نمی‌شود.

اثبات. اثبات این دو لم، توسط باسنت و همکارانش [۱۹] در حالت کلی‌تر (چند کالایی)، ارائه شده است.

قضیه (۱): در جواب بهینه اگر $X_{ut} > 0$ باشد، آن‌گاه به ازای یک مقدار k بزرگتر از ۰ برقرار $X_{ut} = \sum_{i=t}^{t+k} d_k$ است. یعنی در هر دوره t، به اندازه مجموع نیاز تولیدکننده، در k+1 دوره متوالی (با شروع از دوره t) سفارش داده می‌شود.

اثبات. از لم (۱) مستقیماً نتیجه می‌شود.

قضیه (۲): اگر فرض شود در جواب بهینه به ازای یک t، عبارت $I_t = 0$ برقرار باشد، می‌توان به صورت جداگانه برای دوره‌های ۱ تا t-1 و دوره‌های t تا T ، برنامه‌ریزی کرد.

اثبات: قضیه بالا برای مسئله با یک تأمین‌کننده، توسط واگنر و ویتین[۲] ارائه و به کمک قضیه (۱) اثبات شده است که برای این مسئله نیز معتبر می‌باشد.

واگنر و ویتین[۲] با استفاده از قضایای بالا (در حالت یک تأمین‌کننده‌ای)، رابطه زیر را برای برنامه‌ریزی با کمترین هزینه ارائه کردند:

$$F(t) = \min\begin{bmatrix} \min_{1\le j<t}\left[s_j + \sum_{l=j}^{t-1}\sum_{k=n+1}^{t} h_l d_k + F(j-1)\right] \\ s_t + F(t-1) \end{bmatrix} \qquad (۶)$$

که $F(0)=0$ و $F(1)=s_1$ در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از این رابطه، مینیمم، هزینه تا دوره t، به کمک مینیمم، هزینه‌های دوره‌های قبل به دست می‌آید.

به کمک این رابطه و با استفاده از قضایای ارائه شده، رابطه جدید با در نظر گرفتن چند تأمین‌کننده، به صورت زیر می‌باشد: (با فرض قیمت ثابت خرید برای کالا در دوره‌های مختلف):

(۷)

$$F(t) = \min \rightarrow \begin{bmatrix} \min_{1\le j<t}\left[\min_{1\le u\le U}\left[s_{uj} + \sum_{n=j}^{t-1}\sum_{k=n+1}^{t} h_n d_k\right] + F(j-1)\right] \\ \min_{1\le u\le U}\left[s_{ut} + F(t-1)\right] \end{bmatrix}$$

که $F(0)=0$ و $F(1)=\min\limits_{1\le u\le U}[s_{u1}]$ درنظر گرفته می‌شود. و در حالت کلی (هنگامی که قیمت خرید کالا در دوره‌های مختلف، متفاوت باشد)، رابطه به شکل زیر خواهد بود:

(۸)

$$F(t) = \min \rightarrow \begin{bmatrix} \min\limits_{1\le j<t}\left[\min\limits_{1\le u\le U}\left[s_{uj} + \sum_{n=j}^{t-1}\sum_{k=n+1}^{t} h_h d_k + p_{uj}\left(\sum_{h=j}^{t} d_h\right)\right] + F(j-1)\right] \\ \min\limits_{1\le u\le U}\left[s_{ut} + p_{ut}d_t + F(t-1)\right] \end{bmatrix}$$

توضیح: رابطه (۳) مقدار مینیمم، کل هزینه برای t دوره اول را محاسبه می‌کند. اگر در سیاست بهینه آخرین مرتبه سفارش‌دهی در آخرین دوره انجام شود، F(t) برابر است با:

$$\min_{1\le u\le U}\left[s_{ut} + p_{ut}d_t + F(t-1)\right] \qquad (۹)$$

و در غیر این صورت برابر است با:

(۱۰)

$$\min_{1\le j<t}\left[\min_{1\le u\le U}\left[s_{uj} + \sum_{n=j}^{t-1}\sum_{k=n+1}^{t} h_h d_k + p_{uj}\left(\sum_{h=j}^{t} d_h\right)\right] + F(j-1)\right]$$

در رابطه (۴) هزینه حالات مختلف سفارش به تأمین‌کنندگان متفاوت در دوره t (و به اندازه نیاز دوره t)

درنظر گرفته شده و حالت بهینه با کمترین هزینه به دست آمده است. در رابطه (۵) حالات مختلف برای دوره آخرین سفارش درنظر گرفته شده است. اگر آخرین دوره‌ای که سفارش در آن انجام می‌شود برابر j باشد، کمترین هزینه معادل این سیاست برابر است با:

$$\min_{1\le u\le U}\left[s_{uj}+\sum_{n=j}^{t-1}\sum_{k=n+1}^{t}h_h d_k+p_{uj}\left(\sum_{h=j}^{t}d_h\right)\right]+F(j-1) \qquad (11)$$

رابطه (۶) حاصل جمع دو عبارت می‌باشد. که عبارت اول، مشخص می‌کند، برآورده کردن مجموع نیاز دوره‌های j تا t توسط سفارش‌دهی به کدام تأمین‌کننده کمترین هزینه را دارد و عبارت $F(j-1)$ در رابطه، کمترین هزینه برآورده‌سازی نیاز j-1 دوره اول می‌باشد. مجموع این دو رابطه، کمترین هزینه کل افق برنامه‌ریزی (در صورتی که آخرین دوره سفارش دوره j باشد)، را می‌دهد.

با توجه به بازگشتی بودن رابطه اصلی (۳)، می‌توان از تکنیک برنامه‌ریزی پویا جهت حل مسئله استفاده کرد که در الگوریتم زیر توضیح داده شده است.

۳- الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

برای هر پریود t*، که t*=1,2,…,T با انجام مراحل زیر، الگوریتم کمترین هزینه را جهت برآورده کردن نیاز کالا تا آن دوره ارائه می‌دهد.

۱- به ازای هر t** که t**=1, 2, …, t* و هر u که u=1, 2, …, U، حالتی را در نظر بگیرید. که آخرین سفارش در دوره t** و به تأمین‌کننده u داده شده است. و نیاز دوره‌های قبل از t** با کمترین هزینه برآورده شده است (این کمترین هزینه در مراحل قبل به دست آمده است). هزینه کل را برای t*×u سیاست مختلف به دست آورید.

۲- از بین t*×u سیاست مختلف، سیاست با کمترین هزینه را به دست آورید. این سیاست جهت پاسخگویی بهینه به نیاز دوره ۱ تا t* در نظر گرفته می‌شود.

۳- اگر t*=T الگوریتم خاتمه می‌یابد. در غیر این صورت مراحل ۱ و ۲ را به ازای t*+1 انجام دهید.

با الگوریتم ارائه شده، فضای جستجو جهت یافتن جواب بهینه، از حالت نمایی U^T به حالت خطی T(T+1)/2*U کاهش می‌یابد.

واگنر و ویتین[۲] برای الگوریتم خود (حالت با یک تأمین‌کننده) محاسبات جدولی زیر را ارائه کردند:

در جدول (۱)، ستون شماره t، برای محاسبات مربوط به دوره t می‌باشد. و آخرین سطر هر ستون، مقدار مینیمم، هزینه در جواب بهینه تا دوره این ستون می‌باشد. عبارت t**+1,t**+2,…,t*(t**) (1, 2, …, t**) برنامه‌ریزی برای t* دوره اول است و سیاستی را نشان می‌دهد که آخرین سفارش در دوره t**+1 انجام شده و t** دوره اول نیز به صورت بهینه برنامه‌ریزی شده است. محاسبات جدول (۱)، از ستون اول، شروع شده و به صورت ستون به ستون انجام می‌شود (پیشرو)، و با اتمام محاسبات ستون t، برنامه بهینه برای پاسخگویی به نیاز کالا تا دوره t مشخص می‌شود. در نهایت در ستون N، برنامه بهینه کل افق برنامه‌ریزی مشخص شده و هزینه آن در سطر انتهایی این ستون محاسبه می‌شود. در این‌جا ما روش محاسبات جدولی مربوط به الگوریتم ذکر شده، با در نظر گرفتن چند تأمین‌کننده را ارائه کرده‌ایم.

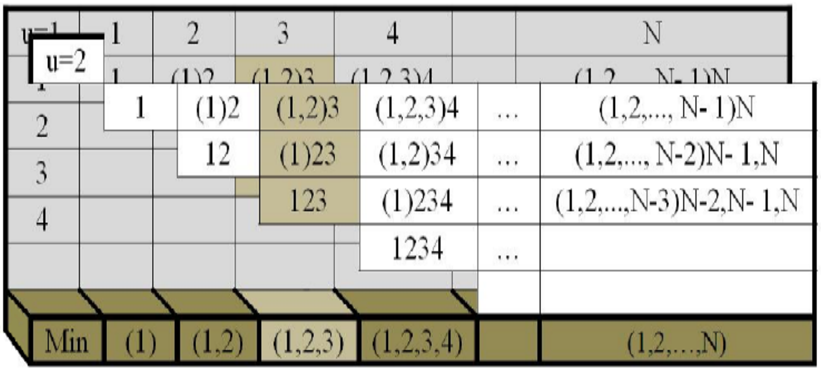
در جدول (۲) برای درک راحت تر روش حل، فقط دو تأمین‌کننده، در نظر گرفته شده است. در جدول (۲) لایه (سطح) u نماینده تأمین‌کننده شماره u می‌باشد. محاسبات درون لایه u، همانند روش جدولی واگنر و ویتین با درنظر گرفتن یک تأمین‌کننده (تأمین‌کننده شماره u)، می‌باشد. تفاوت اصلی در محاسبه سطر آخر (سطر min) می‌باشد. به ازای مجموع همه لایه‌ها، فقط یک سطر نهائی وجود دارد که بین همه لایه‌ها مشترک است. مقدار t* امین عنصر این سطر، برابر مقدار مینیمم، در ستون t* ام همه لایه‌ها می‌باشد. برای ساده‌سازی، در هر خانه جدول (۳) مقدار مینیمم، آن روی همه لایه‌ها را می‌نویسیم. مثلاً mu[(1)23] نشان‌دهنده مقدار مینیمم 23(1) روی همه لایه‌ها می‌باشد.

در جدول (۳)، نیز محاسبات از ستون اول، شروع شده و به صورت ستون به ستون می‌باشد. به این ترتیب که ابتدا ستون اول به ازای همه لایه‌ها محاسبه می‌شود و مینیمم هزینه در سطر آخر ستون اول (که بین همه لایه‌ها مشترک است)، نوشته می‌شود. همین طور برای ستون tام، ابتدا در هر لایه و به کمک سطر مشترک نهایی محاسبات مربوطه انجام می‌شود و سپس مینیمم مقادیر این ستون بین همه لایه‌ها جستجو شده و در سطر انتهایی زیر همین ستون نوشته می‌شود.

جدول (۱): محاسبات جدولی الگوریتم واگنر و ویتین

	1	2	3	4		N
1	1	(1)2	(1,2)3	(1,2,3)4	…	(1,2,..., N- 1)N
2		12	(1)23	(1,2)34	…	(1,2,..., N-2)N-1,N
3			123	(1)234	…	(1,2,...,N-3)N-2,N- 1,N
4				1234	…	
Min	(1)	(1,2)	(1,2,3)	(1,2,3,4)		(1,2,…,N)

جدول (۲): محاسبات جدولی الگوریتم ارائه شده



u=2	1	2	3	4		N
1	1	(1)2	(1,2)3	(1,2,3)4	…	(1,2,..., N- 1)N
2		12	(1)23	(1,2)34	…	(1,2,..., N-2)N- 1,N
3			123	(1)234	…	(1,2,...,N-3)N-2,N- 1,N
4				1234	…	
Min	(1)	(1,2)	(1,2,3)	(1,2,3,4)		(1,2,…,N)

جدول (۳): جدول توسعه یافته برای حالت چند تأمین‌کننده

{u}	1	2	3	4		N
1	mu[1]	mu[(1)2]	mu[(1,2)3]	mu[(1,2,3)4]	…	mu[(1,2,..., n- 1)n]
2		mu[12]	mu[(1)23]	mu[(1,2)34]	…	mu[(1,2,..., n-2)n- 1,n]
3			mu[123]	mu[(1)234]	…	mu[(1,2,...,n-3)n-2,n- 1,n]
4				mu[1234]	…	
min	(1)	(1,2)	(1,2,3)	(1,2,3,4)		mu[(1,2,…,n)]

۴- مثال عددی

جدول (۴) داده‌های نمونه برای چهار دوره و دو تأمین‌کننده می‌باشد و برای سادگی محاسبات، هزینه انبار در دوره‌های متفاوت ثابت و برابر یک فرض شده است.

جدول (۴): داده‌های مثال نمونه

T	d_t	I_t	s_{1t}	p_{1t}	s_{2t}	p_{2t}
۱	۳۰	۱	۵۰	۲	۷۰	۲.۵
۲	۳۵	۱	۴۵	۲.۵	۷۵	۲
۳	۴۰	۱	۶۰	۳	۸۰	۲.۵
۴	۲۰	۱	۶۰	۳	۸۰	۲

بدون در نظر گرفتن تأمین‌کننده دوم، طبق محاسبات جدولی واگنر-ویتین به این ترتیب عمل می‌کنیم (جدول ۵):

برای محاسبه ستون اول لازم است، نیاز دوره اول را در همین دوره سفارش دهیم که هزینه آن برابر است با 50+2*30=110 .چون در ستون اول تنها همین یک مقدار وجود دارد، سطر مینیمم در زیر این ستون برابر ۱۱۰ می‌شود. سطر اول ستون دوم، سیاست سفارش در دوره دوم می‌باشد، در نتیجه در هر دو دوره اول و دوم سفارش‌دهی انجام می‌شود که هزینه آن برابر است با 110+(45+2.5*35)=242.5 و سطر دوم ستون دوم، سیاست سفارش‌دهی در دوره اول به اندازه مجموع نیاز دوره اول و دوم می‌باشد که هزینه‌ای معادل 50+2*(30+35)+1*35=215 دارد که هزینه نگهداری موجودی هم در نظر گرفته شده است. با توجه به این دو هزینه، مینیمم آنها که مقدار ۲۲۵ است، در سطر مینیمم قرار می‌گیرد. برای ستون سوم، سه سیاست وجود دارد:

۱- سفارش در دوره سوم با در نظر گرفتن بهترین سیاست بـرای دو دوره اول (با هـزیـنه $215+60+3*40=395$).

۲- سفارش در دوره دوم به اندازه نیاز دوره‌های دوم و سوم با در نظر گرفتن سیاست بهینه برای دوره اول ($110+45+2.5*(35+40)+1*40)=382.5$).

۳- سفارش در دوره ۱ به‌اندازه نیاز سه دوره ($50+2*(30+35+40)+(1*35)+(1+1)*40=375$).

که کمترین آنها یعنی ۳۷۵ در سطر مینیمم قرار می‌گیرد. و به همین ترتیب برای ستون چهارم که کمترین هزینه ۴۷۲.۵ که مربوط به سیاست سفارش در دوره دوم است. در نتیجه بهترین نحوه سفارش‌دهی تنها با در نظر گرفتن تأمین‌کننده اول برابر است با: سفارش در دوره اول به اندازه نیاز دوره اول و سفارش در دوره دوم به اندازه مجموع نیاز دوره دوم، سوم و چهارم.

جدول (۵): محاسبات جدولی الگوریتم واگنر و ویتین

	۱	۲	۳	۴
۱	۱۱۰	۵.۲۴۲	۳۹۵	۴۹۵
۲		۲۱۵	۳۸۲.۵	۴۷۵
۳			۳۷۵	۴۷۲.۵
۴				۴۷۵
Min	۱۱۰	۲۱۵	۳۷۵	۴۷۲.۵

حال مثال عددی را با درنظر گرفتن هر دو تأمین‌کننده، درنظر می‌گیریم (جدول ۶): مقدار ستون اول برای لایه اول (تأمین‌کننده اول)، برابر همان مقدار $50+2*30=110$ و برای تأمین‌کننده دوم، برابر $70+2.5*30=140$ است در نتیجه $mu[1]=110$ و همین مقدار در سطر مینیمم قرار می‌گیرد و معادل سفارش به تأمین‌کننده اول می‌باشد. ستون دوم، برای تأمین‌کننده اول نیز همان $110+(45+2.5*35)=242.5$ و $50+2*(30+35)+1*35=215$ است. در ستون دوم برای تأمین‌کننده دوم سطر اول برابر $110+75+2*35=255$ است که معادل سفارش در دوره دوم به تأمین‌کننده دوم با در نظر داشتن سیاست بهینه برای دوره اول (یعنی سفارش در دوره اول به تأمین‌کننده اول)، می‌باشد. سطر دوم این ستون برابر $70+2.5*(30+35)+1*35=292.5$ می‌باشد که معادل سیاست سفارش در دوره اول به اندازه نیاز دوره اول و دوم به تأمین‌کننده دوم می‌باشد. در نتیجه $mu[(1)2]=242.5$ و $mu[12]=215$ و مینیمم، این دو هزینه (۲۱۵) در سطر مینیمم قرار می‌گیرد. ستون سوم لایه اول همان ۳۹۵ و ۳۸۲.۵ و ۳۷۵ می‌باشد (چون مقادیر سطر مینیمم به دست آمده تا به حال به ازای سفارش به تأمین‌کننده اول حاصل شده است). ستون سوم برای تأمین‌کننده دوم، شامل سه سیاست سفارش دهی می‌باشد:

۱-سفارش در دوره سوم به تأمین‌کننده دوم با در نظر داشتن سیاست بهینه، برای دوره‌های اول و دوم (با هزینه $215+2.5*40=395$).

۲-سفارش در دوره دوم با در نظر داشتن سیاست بهینه برای دوره اول (با هزینه $110+75+2*(35+40)+1*40=375$) و سفارش در دوره اول برای سه دوره (با هزینه $70+2*(30+35+40)+(1*35)+(1+1)*40=395$). در نتیجه $mu[(1,2)3]=395$، $mu[(1)23]=375$ و $mu[(1)2]=375$ می‌باشد. که مینیمم، این سه هزینه یعنی ۳۷۵ در سطر مینیمم قرار می‌گیرد که نشان دهنده سیاست سفارش در دوره دوم برای دوره‌های دوم و سوم به تأمین‌کننده دوم و سفارش در دوره اول، برای دوره اول به تأمین‌کننده اول می‌باشد. و به همین ترتیب برای ستون چهارم که کمترین هزینه ۴۵۵ که مربوط به سیاست سفارش در دوره دوم است. در نتیجه بهترین نحوه سفارش‌دهی با در نظر گرفتن هر دو تأمین‌کننده برابر است با: سفارش در دوره اول به اندازه نیاز دوره اول به تأمین‌کننده اول و سفارش در دوره دوم به اندازه مجموع نیاز دوره دوم و سوم چهارم به تأمین‌کننده دوم.

جدول (۶). محاسبات جدولی الگوریتم برنامه‌ریزی پویای ارائه شده برای داده‌های مسئله واگنر و ویتین

	۱	۲	۳	۴
۱	۱۱۰	۲۴۲.۵	۳۹۵	۴۹۵
۲		۲۱۵	۳۷۵	۴۶۵
۳			۳۷۵	۴۵۵
۴				۴۶۵
Min	۱۱۰	۲۱۵	۳۷۵	۴۵۵

۵- نتیجه گیری

این مقاله، به بررسی مسئله انتخاب تأمین‌کننده به همراه تعیین مقدار بهینه سفارش، پرداخته است. فرضیات اصلی درنظر گرفته شده، تک کالایی بودن برنامه‌ریزی و معین و متفاوت بودن تقاضا، در دوره‌های مختلف می‌باشد. برای سادگی محدودیت انبار و تأمین‌کننده و فرض کسری کالا، را نادیده گرفته و یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای آن ارائه کرده‌ایم. نوآوری اصلی این مقاله، توسعه رابطه‌ای برای سیاست سفارش با کمترین هزینه و به صورت بازگشتی برحسب دوره‌های قبل می‌باشد. به کمک رابطه ذکر شده یک راه حل برنامه‌ریزی پویا برای مسئله ارائه داده‌ایم که فضای جستجو برای جواب بهینه را از حالت نمایی U^T به حالت خطی $T(T+1)/2*U$ کاهش داده است. به کمک این رابطه می‌توان مسائل عملی با ابعاد بزرگ را در زمان بسیار کوتاه (چند ثانیه)، حل نمود. در نهایت الگوریتم حل مسئله به دو شکل مرحله‌ای و جدولی آورده شده و یک مثال عددی نیز به کمک آن حل شده است. رابطه و راه حل ذکر شده می‌تواند جواب اولیه مناسبی برای مسئله چند کالایی باشد و زمینه مناسبی برای تحقیق بیشتر خواهد بود.

۶- منابع

[1] Brahimi N, Dauzere-Peres s, Najid NM, Najid A. Single item lot sizing problems. European Journal of Operational Research 2006;168:1–16.

[2] Wagner HM, Whitin TM. Dynamic version of the economic lot-size model. Management Science 1958; 5:89–96.

[3] Evans JR. An efficient implementation of the Wagner–Whitin algorithm for dynamic lot sizing. Journal of Operations Management 1985;5:235–9.

[4] Heady RB, Zhu Z. An improved implementation of the Wagner–Whitin algorithm. Production and Operations Management 1994;3:55–63.

[5] Aryanezhad MBG. An algorithm based on a new sufficient condition of optimality in dynamic lot size model. European Journal of Operational Research 1992;59:425-433.

[6] Wolsey LA, Progress with single-item lot-sizing, Journal of Operational Research 1995;86:395–401.

[7] Cattrysse D, Maes J, Van Wassenhove LN. Set partitioning and column generation heuristics for capacitated dynamic lot-sizing, European Journal of Operational Research 1990;46:38–48.

[8] Current JR,Weber CA. Application of facility location modelling constructs to vendor selection problems. European Journal of Operational Research 1994;76:387–92.

[9] Aissaoui N, Haouari M, Hassini E. Supplier selection and order lot sizing modeling:a review. Computers & operations research 2007;34:3516–3540.

[10] Dai T, Qi X. An acquisition policy for a multi-supplier system with a finite-time horizon. Computers & Operations Research 2007;34:2758 – 2773.

[11] Rosenblatt MJ, HererYT, Hefter I. An acquisition policy for a single item multi-supplier system. Management Science 1998;44(11):96–100.

[12] Tempelmeier H. A simple heuristic for dynamic order sizing and supplier selection with time-varying data. Production and Operations Management 2002; 11:499–515.

[13] Ustun O, Demirtas EA. An integrated multi-objective decision-making process for multi-period lot-sizing with supplier selection. Omega 2008; 36:509 – 521.

[14] Ustun O, Demirtas EA. Multi-period lot-sizing with supplier selection using achievement scalarizing functions. Computers & Industrial Engineering 2008; 54:918–931.

[15] Rezaei J, Davoodi M. Genetic algorithm for inventory lot-sizing with supplier selection under fuzzy demand and costs. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, IEA/AIE 2006, LNAI 4031; 1100–1110.

[16] Rezaei J, Davoodi M. A deterministic, multi-item inventory model with supplier selection and imperfect quality. Applied Mathematical Modelling 2008; 32: 2106–2116.

[17] Hassini E. Order lot sizing with multiple capacitated suppliers offering leadtime-dependent capacity reservation and unit price discounts. Production Planning & Control 2008;19(2):142–149.

[18] Liao Z, Rittscher J. Integration of supplier selection, procurement lot sizing and carrier selection under dynamic demand conditions. Int. J. Production Economics 2007;107:502–510.

Basnet C, Leung JMY. Inventory lot-sizing with supplier selection. Computers and Operations Research 2005;32:1–14.