مدل مکان‌یابی تسهیل دوهدفه با نیاز تصادفی در چارچوب تئوری صف

مهدی سیف‌برقی [1*]، زهرا بستان‌شیرین [2]
دانشگاه الزهرا

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۹/۰۶
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۱/۱۰/۰۹

چکیده

در این مطالعه، مدل مکان‌یابی بهینه با سرورهای ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. در مدل پیشنهاد شده، دو تابع هدف حداقل‌کردن هزینه سفر و انتظار مشتریان برای دریافت خدمت و نیز حداقل‌کردن هزینه استقرار تسهیلات با در نظر گرفتن سیستم صف M/M/K استفاده شده است که در مطالعات قبلی این موضوع در نظر گرفته نشده است. به‌منظور حل مدل پیشنهادی از الگوریتم ابتکاری آنیلینگ شبیه‌سازی شده و نیز روش LP متریک به‌منظور یکپارچگی اهداف استفاده شده است. در نهایت به‌منظور نمایش اعتبار مدل پیشنهادی، چند مثال ارائه شده و نتایج حاصل از حل آنها گزارش شده است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی، تئوری صف، الگوریتم آنیلینگ شبیه‌سازی‌شده [3]، روش LP متریک

۱- مقدمه

مسائل مکان‌یابی تسهیلات، موضوعی است که از قرن ۱۷ تا کنون مورد بررسی قرار گرفته است[۱]. توجه اصلی به این مسائل زمانی انجام گرفت که علاقه‌مندی‌ها به سمت تحقیقات عملیاتی و علوم مدیریتی سوق پیدا کرد. در حال حاضر، بیشتر زمینه‌های علمی به مسائل مکان‌یابی و چیدمان تسهیل، توجه زیادی دارند. ریاضی‌دانان، محققان عملیاتی، متخصصان کامپیوتر، اقتصاددانان، بسیاری از زمینه‌های مهندسی، دانشمندان مدیریتی، زمین‌شناسان تکنیکی، طراحان سیستم‌های حمل و نقل، دانشمندان منطقه‌ای و طراحان شهری از جمله کسانی هستند که درباره این مسایل فعالیت می‌کنند. با وجود آنکه موضوع مورد بررسی در همه این زمینه‌ها یکسان می‌باشد، هر کدام از آنها، تفسیر متفاوت و روش‌های حل متفاوت برای این مسئله دارند.

علم مکان‌یابی شاخه‌ای از دانش بهینه‌سازی است که توسط آلفرد وبر در سال ۱۹۰۹ معرفی گردید[۲]. مکان‌یابی و تخصیص تسهیلات نقش بسیار مهمی در مدیریت پشتیبانی [4] دارد. طبق تعریف، پشتیبانی بخشی از فرآیند زنجیره تأمین است که به برنامه‌ریزی و مدیریت توزیع، ذخیره کالا و ارائه خدمات از نقطه تولید تا نقطه مصرف می‌پردازد، به‌گونه‌ای که نیازهای مشتریان را به‌طور مؤثری تأمین می‌کند. با انجام مکان‌یابی تسهیلات و تخصیص مشتریان، الگوی توزیع و شاخص‌هایی نظیر زمان، هزینه و بازده کسب می‌شود. قرارگیری تسهیلات در مکانهای بهینه و تخصیص مشتریان به آنها در بهترین حالت نه تنها سرویس‌دهی را برای مشتریان بهتر می‌کند بلکه باعث حذف تسهیلات اضافی و غیرضروری نیز می‌شود.

ایده امکان ایجاد ازدحام در مدل‌های مکان‌یابی تجهیزات ابتدا توسط لارسن [5] مطرح گردید. وی مدلی را که در آن

۱*- استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه الزهرا، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: m.seifbarghy@alzahra.ac.ir، نشانی: تهران، دانشگاه الزاهرا، دانشکده فنی و مهندسی، گروه صنایع
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه الزهرا، پست‌الکترونیکی: z_bostan@yahoo.com

3- Simulated Annealing (SA)
4- Logistic Management
5- Larson

درصد مشغول بودن سرورهای ثابت[1] محاسبه می‌شود را توسعه داد و از آن برای حل مسائل مکان‌یابی مراکز امداد اضطراری و طراحی ناحیه‌های پاسخ‌گویی تجهیزات استفاده نمود. در این مدل هر تسهیل از سیستم صف با چند خدمت‌دهنده پیروی می‌کند و تخصیص خدمت‌دهنده‌ها براساس لیست اولویت هر ناحیه صورت می‌گیرد[۳].

با وجود استفاده از پارامترهای سیستم صف در مدل‌های مکان‌یابی، مدل لارسن فاقد یک ساختار احتمالی بود تا اینکه داسکین[2] یک مدل احتمالی از مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش با عنوان مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش مورد انتظار[3] و با هدف حداکثر نمودن پوشش جمعیت مورد انتظار ارائه داد[۴]. برمن[4] و همکاران نیز با استفاده از نظریه صف چندین مدل را برای سیستم‌های با امکان ایجاد ازدحام توسعه دادند[۵]. این مدل‌ها شامل مکان‌یابی بهترین خدمت‌دهنده در یک شبکه با سیستم صف M/G/1، مدل صف احتمالی میانه و مسئله مکان‌یابی- تخصیص با امکان ایجاد ازدحام می‌باشند. بتا[5] و همکاران حالتی را که در آن براساس ظرفیت خدمت‌دهنده، برخی از تقاضاها خدمت‌دهی نمی‌شوند را بررسی نمودند و مدل خود را با روش حریصانه[6] حل کردند[۶]. بتا و همکاران مدل و الگوریتمی برای مکان‌یابی سیستم‌های با یک خدمت‌دهنده که در آن خدمت‌دهی به تقاضاها براساس اصل ارجحیت صورت می‌گیرد را معرفی کردند[۷].

وانگ[7]، بتا و رامپ[8] مسئله مکان‌یابی تسهیل با نیازهای تصادفی و سرورهای ثابت را مورد مطالعه قرار دادند[۸]. هدف آنها حداقل‌کردن کل زمان سفر و زمان انتظار مشتریان با استفاده از سیستم صف M/M/1 بوده است. در این مدل یک حد بالا برای زمان انتظار مورد قبول در هر تسهیل و نیز محدودیت بر تعداد تسهیلاتی که ممکن است باز باشند، در نظر گرفته شده است. سرانجام با استفاده از سه الگوریتم فراابتکاری[9] تحت عناوین الگوریتم جستجوی ممنوع (TS)[10]، روش شاخه و مرز ε بهینه[11] و الگوریتم حریصانه، مدل را حل نموده و نتایج حاصل از آنها را با یکدیگر مورد مقایسه قرار داده‌اند.

برمن[12] و همکاران، مکان‌یابی پمپ بنزین‌ها را تحت عنوان "مکان‌یابی تسهیلات خدماتی مورد نیاز[13]" مطرح نمودند و مدلی را بر مبنای قرارگیری پمپ بنزین‌ها در نقاطی از شبکه خیابانی که بیشترین جریان عبوری از شبکه را قطع کنند، ارائه کردند[۹]. سهم قابل توجهی از استفاده‌کنندگان خدمات این نوع تسهیلات، در طول سفرهای از پیش برنامه‌ریزی شده مثل سفرهای از، به و محل کار، از این خدمات بهره می‌گیرند. در مقاله برمن و همکاران با فرض در دسترس بودن اطلاعات مربوط به سفرهای مبدأ- مقصد و در نتیجه اطلاعات مربوط به حجم ترافیک وسایل نقلیه عبوری از هر گره و کمان شبکه، یک مدل ریاضی برای مکان‌یابی تعدادی نقطه به‌عنوان پمپ بنزین از بین نقاط شبکه با هدف بیشینه کردن جریان استفاده‌کنندگان احتمالی از آنها ارائه شده است. در این مدل از شمارش چند باره جریان‌هایی که بیش از یک بار از نقاط دارای پمپ بنزین عبور می‌کنند، پرهیز شده و هم‌چنین از تأثیر قرارگیری مکان تسهیلات بر جریان شبکه صرف‌نظر شده است.

ماریانو[14] و همکاران مدل مکان‌یابی صف حداکثر در دسترس بودن[15] را ارائه کردند که در آن نرخ تقاضای مشتریان در زمان، ثابت نیست و از یک فرآیند احتمالی پیروی می‌کند[۱۰]. این مدل فرض می‌کند که زمان سفر بین هر گره احتمالی است و کسر مشغول بودن خدمت‌دهنده بیش از یک مقدار ثابت نیست. پارامترها با در نظر گرفتن نرخ ورود و فعالیت‌های خدمت‌دهی محاسبه شده و گره‌ها از سیستم صف M/G/m/m پیروی می‌کنند. بدین ترتیب نرخ ورودی دارای توزیع پواسون و نرخ خدمت دهی دارای توزیع عمومی می‌باشد. ماریانو و سرا[16] مدل صف مکان‌یابی- تخصیص حداکثر پوشش را ارائه کردند[۱۱]. در این مدل تقاضای مشتریان در طول زمان ثابت نیست، بلکه از یک فرآیند احتمالی پیروی می‌کند و احتمالی بودن تقاضا در محدودیت‌های ظرفیتی بررسی می‌گردد. آنها به‌جای محدود شدن به یک مقدار حداکثر، یک حد حداقل برای کیفیت خدمت‌دهی مشخص کردند که در زمان انتظار یا در تعداد

1- Immobile Servers
2- Daskin
3- Maximal Expected Covering Location Problem
4- Berman
5- Batta
6- Greedy-dropping heuristic
7- Wang
8- Rump
9- Metaheuristic
10- Tabu search
11- ε-optimal branch-and-bound method
12- Berman
13- Discretionary Facility Locating
14- Marianov
15- Queuing Maximal Availability location problem
16- Serra

افراد منتظر دریافت خدمت منعکس می‌شود. این مدل برای مکان‌یابی مراکز خدمت‌دهی تکی که در هر مرکز سیستم صف تک خدمت‌دهنده برقرار است، به‌کار رفته است.

درزنر[1] مسئله مکان‌یابی تجهیزات با چندین خدمت دهنده با هدف کمینه نمودن زمان سفر و انتظار مشتریان را پیشنهاد کرده است[۱۲]. در این مسئله تعداد تجهیزات نامشخص بوده و فرض شده است که هر تجهیز از نظم صف M/M/K پیروی می‌کند. در این مدل برای توزیع تقاضای مشتریان در بین تجهیزات از تابع جاذبه استفاده شده است. برای حل مدل مذکور از الگوریتم‌های نزول[2]، جستجوی ممنوعه[3] و آنیلینگ شبیه‌سازی شده[4] استفاده شده است.

زرین‌پور و سیف برقی یک مدل مکان‌یابی رقابتی برای کمینه‌کردن هزینه‌های ثابت استقرار تسهیلات، هزینه سفر و هزینه انتظار مشتریان در سیستم و کسب درصد معینی از سهم بازار پیشنهاد کرده‌اند[۱۳]. در مدل آنها از تابع لاجیت[5] هزینه‌ای برای مدل‌سازی رفتار احتمالی مشتریان در محیط رقابتی استفاده کرده و فرض شده است که سرورها دارای ظرفیت محدود برای خدمت‌دهی به تمام مشتریان می‌باشند.

براساس تحقیقاتی که برخی از آنها در بالا ذکر گردید، مدل‌ها معمولاً تک هدفه و به‌صورت سیستم M/M/1 و یا M/M/K و غیره در نظر گرفته شده بود، با توجه به اینکه در تحقیقات قبلی مدل دو هدفه، به‌منظور اولویت‌بندی بین آنها و مدیریت بهتر آن، مطرح نشده است، به‌نظر می‌رسد که می‌توان برای نزدیک‌کردن تحلیل مسئله به شرایط واقعی، مدل مکان‌یابی با سیستم صف M/M/K را با درنظرگیری محدودیت‌های مورد نظر و نیز تعداد اهداف بیشتر مورد بررسی قرار داد.

در ادامه، ابتدا به تعریف مسئله پرداخته و پس از تعریف پارامترهای معرفی شده مسئله مورد نظر مدل‌سازی خواهد شد. در ادامه پس از معرفی مختصر روش‌های حل مدل پیشنهاد شده با الگوریتم آنیلینگ شبیه‌سازی شده حل می‌گردد. به‌منظور نمایش کاربردی مدل پیشنهادی، چند مثال در زمینه مکان‌یابی دستگاه‌های خودپرداز بانک ارائه گردیده و نتایج حاصل شده از آن ارائه می‌گردد. در آخر نیز نتیجه‌گیری کلی برای مطالعه مورد نظر انجام گرفته است.

۲- تعریف مسئله

مسئله مکان یابی تسهیل و تخصیص سروری را در نظر بگیرید که در آن نیازها تصادفی بوده و سرورها ثابت با ظرفیت محدود خدمت‌دهی می‌باشند. به‌عبارت دیگر، یک سیستم خدمت‌دهی وجود دارد که در آن مشتریان با یک نیاز تصادفی به یک تسهیل ثابت سفر می‌کنند تا خدمت مورد نیاز خود را دریافت نموده و به‌دلیل محدود بودن ظرفیت خدمت‌دهنده، ممکن است زمانی را برای دریافت خدمت منتظر بماند. به‌عنوان مثال مکان‌یابی دستگاه‌های خودپرداز بانک از این دسته مسائل می‌باشد. هدف در این نوع مکان‌یابی، تخصیص بهینه مشتریان به تسهیلات می‌باشد. برای این بهینه‌سازی، می‌توان دو هدف زیر را درنظر گرفت:

۱- حداقل‌کردن کل هزینه‌ای که مشتریان صرف می‌کنند، این هزینه شامل زمان سفر به دستگاه‌های خودپرداز بانک و زمان انتظار در دستگاه به‌منظور دریافت خدمت می‌باشد.

۲- حداقل‌کردن هزینه استقرار تسهیلات.

در حقیقت اهداف مذکور هم شامل صاحبان دستگاه‌های خودپرداز و هم شامل مشتریان بوده و با بهینه‌سازی مسئله، بین اهداف کارفرمایان و مشتریان یک تعادل به وجود خواهد آمد.

۲-۱- مدل‌سازی مسئله

به‌منظور مدل کردن مسئله فوق، مفروضات زیر مدنظر قرار گرفته است:

۱- درخواست خدمت توسط هر مشتری از توزیع مستقل پواسون تبعیت می‌کند.

۲- سیستم صف مورد بررسی یک سیستم چندسروره $M/M/K_j$ می‌باشد.

۳- هر تسهیل باز با داشتن حداقل یک سرور از زمان خدمت‌دهی با توزیع نمایی پیروی می‌کند.

۴- نرخ سرویس‌دهی تمامی سرورها ثابت در نظر گرفته شده است.

پارامترها و متغیرهای ریاضی مسئله به شرح زیر می‌باشد:

1- Drezner
2- Descent Search
3- Tabu Search
4- Simulated Annealing
5- Logit

مجموعه گره‌های مشتریان $(i \in M)$	M={1,2,…,m}
مجموعه گره‌های بالقوه تسهیلات $(j \in N)$	N={1,2,…,n}
تعداد سرورهایی که باید به تسهیلات تخصیص داده شوند.	p
تعداد سرورهای تخصیص یافته به هر تسهیل jام	K_j
زمان سفر از گره مشتری iام به گره تسهیل jام	t_{ij}
ماتریس زمان سفر	$T = [t_{ij}]$
نرخ تقاضای درخواست خدمت از گره مشتری iام	λ_i
نرخ سرویس‌دهی هر سرور	μ
نرخ تقاضای خدمت در هر تسهیل باز jام	γ_j
زمان مورد انتظار تخصیص داده شده مشتریان به گره تسهیلات	ω_j
هزینه استقرار در گره j ام	f_j
ضریب بهره‌وری در تسهیل jام	ρ_j
درصد زمانی تسهیل jام خالی از مشتری می‌باشد.	P_{0j}
مجموع زمان سفر و زمان انتظار	Z_1
هزینه استقرار تسهیلات	Z_2
اگر یک تسهیل در گره jام باز باشد، یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.	Y_j
اگر مشتری iام به تسهیل jام تخصیص یابد، یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.	X_{ij}

۲-۲ مدل پیشنهادی

با توجه به پارامترهای فوق مجموع زمان سفر مشتریان در هر واحد زمان (T_1) به‌وسیله فرمول زیر حاصل می‌شود:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \lambda_i t_{ij} X_{ij} \qquad (۱)$$

از آنجایی که هر تسهیل باز همچون سیستم صف M/M/K رفتار می‌کند، زمان مورد انتظار در هر تسهیل باز در گره jام از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu * K}$$

$$P_0 = (1 + \sum_{n=1}^{K-1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n * \frac{1}{n!} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K * \frac{1}{K!} * \frac{1}{1-\rho})^{-1}$$

$$w = \frac{1}{\mu} + \left[\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K * \mu}{(K-1)! * (K*\mu - \lambda)^2}\right] * P_0$$

و در نتیجه زمان مورد انتظار تجمعی در هر واحد زمان (T_2) به‌صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$T_2 = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j w_j \qquad (۲)$$

بنابراین در مدل پیشنهادی، اولین تابع هدف (Z_1)، حداقل‌کردن مجموع زمان سفر و زمان انتظار است.

از آنجایی که استقرار تسهیل در هر مکان دارای هزینه است، کل هزینه استقرار هر تسهیل نیز باید حداقل گردد. در مدل پیشنهادی، دومین تابع هدف (Z_2)، حداقل‌کردن هزینه استقرار تسهیلات درنظر گرفته شده است.

مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسئله مورد بحث به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\min Z_1 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \lambda_i t_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \gamma_j w_j \qquad (۳)$$

$$minZ_2 = \sum_{j=1}^{n} f_j Y_j \qquad (۴)$$

s.t:

$$\sum_{j=1}^{n} K_j = p \qquad (۵)$$

$$K_j \le pY_j \qquad \forall j \in N \qquad (۶)$$

$$X_{ij} \le Y_j \qquad \forall j \in N\,, i \in M \qquad (۷)$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad \forall i \in M \qquad (۸)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i X_{ij} \le \mu \qquad \forall j \in N \qquad (۹)$$

$$\gamma_j = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i X_{ij} \qquad \forall j \in N \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{j=1}^{n} t_{\mathrm{ij}} X_{ij} \le \left(t_{\mathrm{ij}} - \Delta\right) Y_j + \Delta \qquad \forall i \in M, j \in N \qquad (۱۱)$$

$$K_j \ge 0\ , \quad \text{عدد صحیح} \qquad \forall j \in N \qquad (۱۲)$$

$$Y_j = 0\ or\ 1 \qquad \forall j \in N \qquad (۱۳)$$

$$X_{ij} = 0\ or\ 1 \qquad \forall i \in M, j \in N \qquad (۱۴)$$

از آنجایی که سیستم صف مورد بررسی M/M/K می‌باشد، در هر تسهیل باز K سرور قرار خواهد گرفت. با توجه به این که کل سرورهایی که می‌تواند به تسهیلات باز تخصیص داده شود، p سرور می‌باشد، بنابراین باید مجموع سرورهای اختصاص داده شده به تسهیلات باز برابر با p گردد. این محدودیت در رابطه (۵) نمایش داده شده است. در محدودیت رابطه (۶)، چنانچه هیچ سروری به گره j تخصیص داده نشده باشد، از قرار دادن تسهیل در گره j اجتناب می‌گردد. این در حالی است که در محدودیت بعدی (۷)، از تخصیص تقاضا به تسهیلی که باز نبوده و هیچ سروری در این مکان موجود نیست، اجتناب می‌شود. محدودیت‌های رابطه (۷) و (۸) این اطمینان را می‌دهند که هر نیاز مشتری فقط توسط یک تسهیل باز برآورده می‌گردد. محدودیت رابطه (۹) تضمین‌کننده این مطلب می‌باشد که ورودی به هر تسهیل باید کمتر از ظرفیت آن تسهیل باشد و محدودیت رابطه (۱۰) نیز بیانگر کل تقاضا در

هر تسهیل است. در محدودیت رابطه (۱۱)، Δ یک عدد مثبت بسیار بزرگ است. این محدودیت تضمین می‌کند که یک مشتری با کمترین زمان سفر به تسهیل مورد نظر می‌رسد.

۳- روش حل

مدل پیشنهادی، یک مدل چندهدفه است. برای حل مدل‌های چندهدفه، روش‌های مختلفی مانند روش LP متریک، روش ماکزی‌مین[1]، روش وزن‌دهی[2] و روش لکسیکوگرافی[3] وجود دارد. در این تحقیق روش LP متریک در نظر گرفته شده است.

هدف روش LP متریک، کمینه‌سازی انحراف توابع هدف موجود از یک مدل چندهدفه نسبت به یک راه حل بهینه است. به‌دلیل تعارضات مختلف در بین اهداف، در اکثر مدل‌های چندهدفه، دسترسی به راه حلی که تمامی توابع هدف را بهینه کند، امکان‌پذیر نیست. به‌همین دلیل از روش LP متریک استفاده می‌گردد. به‌منظور مطالعه بیشتر به [۱۴] مراجعه شود.

مدل پیشنهادی در بخش ۲، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی چندهدفه است. این پارامترها سبب می‌شود که حل مدل با استفاده از روش‌های دقیق سخت گردد. بنابراین، به یک الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله نیاز می‌باشد. به این منظور روش آنیل‌کردن شبیه‌سازی شده برای حل این مدل استفاده گردیده است. این روش، یکی از روش هایی است که به‌طور واضح راه حلی برای رها شدن از تله‌های محلی را ارائه می‌دهد. شکل (۱) نشان می‌دهد که در مسئله حل شده توسط آنیل‌کردن شبیه‌سازی شده، این الگوریتم در اپتیمم محلی درگیر نشده و توانسته است مقدار اپتیمم جهانی[4] را پیدا کند.

الگوریتم آنیل‌کردن شبیه‌سازی شده یک جستجوی اتفاقی در فضای همسایگی انجام می‌دهد. در مورد مسائل کمینه‌کردن، در این الگوریتم زمانی که راه حل جاری مقدار تابع هدف را افزایش می‌دهد، اصلاح آن مجاز می‌باشد. در هر مرحله از الگوریتم، راه حل جاری با یک راه حل همسایگی تصادفی جایگزین می‌شود. این راه حل با یک احتمال انتخاب می‌شود که این احتمال به اختلاف بین مقادیر تابع مربوطه و به یک پارامتر کلی T (که دما نامیده می‌شود) بستگی دارد و در حین روند خنک‌سازی به‌صورت تدریجی کاهش داده می‌شود. به‌منظور مطالعه بیشتر به [۱۵] مراجعه گردد.

۴- مثال عددی و نتایج

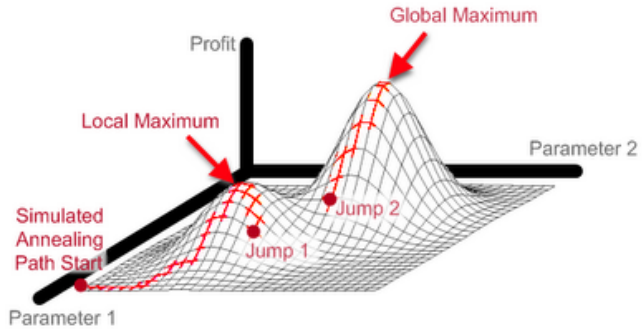
به‌منظور بررسی کاربردپذیری روش ارائه شده، الگوریتم پیشنهادی در محیط نرم‌افزار MATLAB کدنویسی و چند مثال با اندازه‌های متفاوت توسط این کد حل شده است. مشخصات و نتایج حاصل از این مثال‌ها در جدول (۱) آورده شده است. در این الگوریتم سرعت محاسباتی یکی از معیارهای مهم ارزیابی عملکرد روش‌های بهینه‌سازی است. همان‌گونه که در جدول (۱) نیز مشاهده می‌شود، زمان مورد نظر برای رسیدن به حل بهینه توسط الگوریتم ابتکاری آنیلینگ شبیه‌سازی شده، با توجه به ابعاد مسئله، بسیار اندک می‌باشد. روند همگرایی الگوریتم پیشنهادی برای مثال ۳ به‌عنوان نمونه در شکل (۲) نشان داده شده است. نقاط نشان داده شده در این نمودار مقادیر تابع هدف در هر تکرار می‌باشند. همان‌طور که در شکل (۲) قابل مشاهده است، هرچه میزان دما کاهش پیدا می‌کند، مقدار تابع هدف به مقدار بهینه مورد نظر نزدیک‌تر شده و روند همگرایی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که الگوریتم حل بهتری نسبت به حل بهینه جاری پیدا نکرده و در دمای نزدیک به صفر متوقف می‌گردد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله مکان‌یابی تسهیلات نیاز تصادفی مشتریان و سرورهای ثابت با ترکیب دو تابع هدف با روش LP متریک و با استفاده از تئوری صف، مدل‌سازی شده است. برای شبیه‌سازی حالت‌های که بیش از یک خدمت‌دهنده در تسهیلات وجود داشته باشد، از سیستم صف M/M/K استفاده شده است. سپس با استفاده از الگوریتم فراابتکاری آنیلینگ شبیه‌سازی شده، مدل پیشنهادی حل گردیده است. در نهایت به‌منظور نمایش اعتبار مدل مفروض، چند

1- Maxi-Min
2- Weighting
3- Lexicography
4- Global Optimum

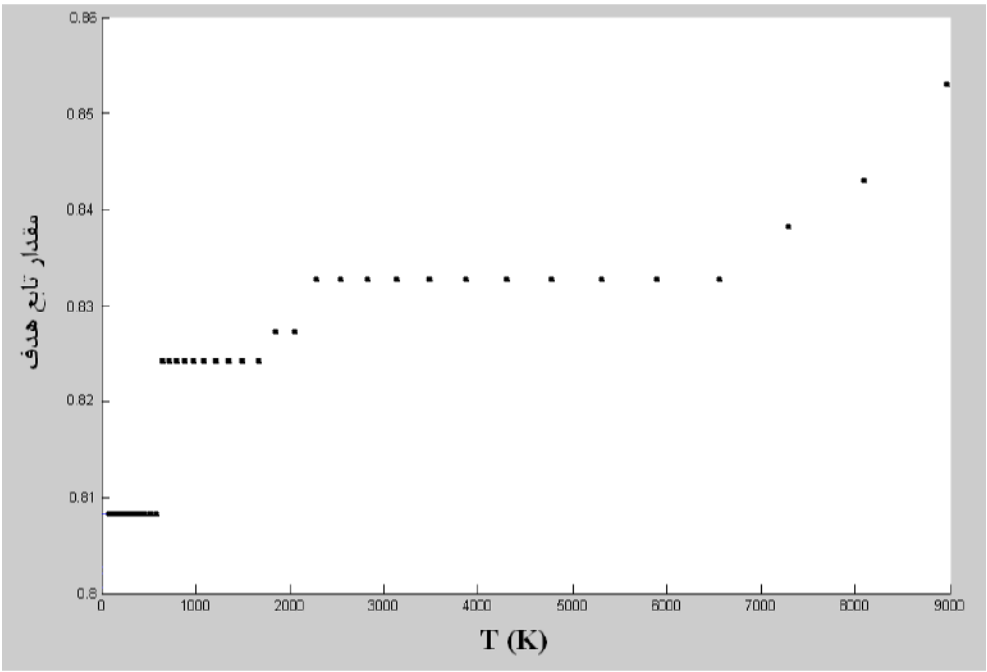
مثال عددی ارائه شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم مورد استفاده برای حل این مدل، در زمان کوتاهی به حل بهینه دست پیدا کرده و روند حل به سمت همگراکردن تابع هدف می‌باشد.



شکل (۱): استفاده از روش آنیلینگ شبیه‌سازی شده برای پیداکردن اپتیمم جهانی

جدول (۱): پارامترهای استفاده شده در مثال‌های بررسی شده و نتایج مربوطه

مثال	m	n	μ	p	مقدار تابع هدف بهینه	زمان حل(دقیقه)
۱	۴	۳	۵	۲	۰/۹۸۵۲	۰/۲
۲	۱۵	۷	۱۲	۱۰	۰/۷۲۰۰	۱/۳
۳	۳۰	۲۰	۱۴	۱۲	۰/۸۰۷۹	۲/۱۵
۴	۵۰	۲۵	۱۶	۱۵	۰/۹۹۰۱	۱۳/۱۳



شکل (۲): روند همگرایی تابع هدف مربوط به مثال ۳

بنابراین می‌توان از این روش در تعیین مکان و تعداد بهینه استقرار بیمارستان‌ها، پمپ‌بنزین‌ها، مخازن نفت در سطح کشور، دکل مخابراتی، ایستگاه‌های آتش‌نشانی، دستگاه‌های خودپرداز بانک‌ها و غیره استفاده نمود.

منابع

[1] Pasandideh, H.R., Akhavan Niaki, T., "***Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework***", Journal of Intelligent manufacturing, Vol. 23, No. 3, pp. 651-659, 2012.

[2] Zanjirani Farahani R., Hekmatfar M., "***Facility Location***", Springer, 2009.

[3] Larson R.C., "***A hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban emergency services***", Computers and Operations Research, Vol. 1, pp. 67-95, 1974.

[4] Daskin M.S., "***A maximum expected covering location model: formulation, properties and heuristic solutions***", Transportation Science, Vol. 17, pp. 48-70, 1983.

[5] Berman O., Larson R., Chiu S., "***Optimal server location on a network operating as an M/G/1 queue***", Operations Research, Vol. 12, No. 4, pp. 746-771, 1985.

[6] Batta R., "***Single server queueing–location models with rejection***", Transportation Science, Vol. 22, pp. 209-216, 1988.

[7] Batta R., Larson R., Odoni A., "***A single-server priority queueing–location model***", Networks, Vol. 8, pp. 87-103, 1988.

[8] Wang Q., Batta R., Rump CH.M., "***Algorithms for a Facility Location Problem with Stochastic Customer Demand and Immobile Servers***", Annals of Operations Research, Vol. 111, pp. 17-34, 2002.

[9] Berman O., Larson R.C., Fouska, N., "***Optimal location of discretionary facilities***", Transportation Science, Vol. 26, pp. 201-211, 1992.

[10] Marianov V., ReVelle C., "***The queuing maximal availability location problems: a model for the sitting of emergency vehicles***", European Journal of Operational Research, Vol. 93, pp. 110-120, 1996.

[11] Marianov V., Serra D., "***Probabilistic maximal covering location–allocation models for congested systems***", Journal of Regional Science, Vol. 38, No. 3, pp. 401-424, 1998.

[12] Drezner T., Drezner Z., "***The gravity multiple server location problem***", Computers and Operations Research, Vol. 38, pp. 694-701, 2011.

[۱۳] زرین‌پور، ن.، "***چارچوب مدل مکان‌یابی حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام***"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه الزهرا، ۱۳۸۹.

[۱۴] اصغرپور، م. ج.، "***تحقیق در عملیات پیشرفته***"، چاپ ششم، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۸

[15] Aarts E., Korst J., Michiels W., "***Simulated annealing***", Springer Verlag, 2005.