کنترل موجودی و قیمت‌گذاری توأم کالاهای فسادپذیر در زنجیره تأمین دوسطحی

فرید پیمان‌دوست[1*]، عیسی نخعی[2]، رضا میهمی[3]
دانشگاه تربیت مدرس دانشگاه امیرکبیر

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۲/۲۴
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۰۴/۱۶

چکیده

در این مقاله یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری توأم برای یک زنجیره تأمین دو سطحی؛ شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش ارائه می‌شود. نرخ تقاضا قطعی و به‌صورت تابعی خطی از قیمت فروش و نمایی بر حسب زمان فرض شده است. در مدل، ابتدا تولیدکننده مضرب صحیحی از مقدار سفارش خرده‌فروش، که n نامیده می‌شود، تولید نموده و پس از اتمام تولید کل انباشته، آنها را در n محموله به خریدار تحویل می‌دهد. مدل در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی اعضای زنجیره تأمین، به‌منظور تعیین سیاست بهینه کنترل موجودی و قیمت‌گذاری جهت حداکثرسازی سود زنجیره بررسی می‌شود. برای تعیین جواب‌های بهینه در هر دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی الگوریتم حل ارائه شده است. در نهایت جهت اثبات کارایی مدل و الگوریتم‌های ارائه شده، مثال عددی حل شده است. نتایج حاصل از حل مدل نشان می‌دهد که سود کل زنجیره تأمین در حالت یکپارچگی اعضا افزایش قابل توجهی دارد.

واژه‌های کلیدی: زنجیره تأمین دوسطحی، کنترل موجودی، قیمت‌گذاری، کالای فسادپذیر.

۱- مقدمه

به‌دلیل افزایش هزینه‌ها، روند جهانی شدن، محدود شدن منابع، کوتاه‌تر شدن دوره عمر کالاها و زمان سریع‌تر پاسخ به مشتریان، توجه به سمت یکپارچگی زنجیره تأمین جلب شده است. یک شبکه زنجیره تأمین کارا نیازمند همکاری بین تأمین‌کنندگان و خریداران است و یکی از ابزارهای مهم در ایجاد هماهنگی در زنجیره تأمین، قیمت‌گذاری است که از طریق تطبیق بهتر عرضه و تقاضا، یک اهرم مهم به‌منظور افزایش منافع زنجیره تأمین به‌شمار می‌رود. در واقع قیمت‌گذاری یکی از عامل‌های مهم مؤثر بر سطح و نوع تقاضایی است که یک زنجیره تأمین با آن روبرو است[۱]. حال زمانی که کالا فسادپذیر باشد، مسئله قیمت‌گذاری اهمیت دوچندانی می‌یابد. چرا که با ارائه راهکارهای مناسب قیمت‌گذاری می‌توان تقاضای این اقلام را بهتر مدیریت نموده و مانع از اتلاف سرمایه به‌دلیل فاسد شدن کالا شد. با توجه به تعریف وی[4] «کالای فسادپذیر به کالایی اطلاق می‌شود که فاسد می‌شود، آسیب می‌بیند، تبخیر می‌شود، تاریخ انقضای آن تمام می‌شود، غیرمعتبر می‌شود و یا ارزش آن در طول زمان کاهش می‌یابد»[۵]. از طرفی به‌دلیل آنکه تقاضای یک محصول برای اغلب کالاها به جز کالاهای لوکس تابعی از قیمت بوده و سفارشات صورت گرفته توسط اعضای مختلف زنجیره به عضو بالادستی خود برحسب تقاضاهای آنها صورت می‌گیرد، مشخص است که مسئله قیمت‌گذاری و سیاست‌های سفارش‌دهی و کنترل موجودی تصمیمات وابسته‌ای هستند. بنابراین لازم است تا به‌منظور مدیریت بهتر تقاضا و ایجاد سیاست‌های بهینه موجودی، قیمت‌گذاری در کنار مسائل موجودی به‌صورت توأم مورد بررسی قرار گیرد[۳].

در این مقاله یک مدل قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به‌صورت هم‌زمان برای کالاهای فسادپذیر در یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش با خط‌مشی ارسال چندین محموله یکسان پس از اتمام تولید

[1*] - دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: farid_pdt@yahoo.com، نشانی: تهرانپارس، بلوارشاهد، کوچه شهید پینه، پلاک ۳۹، طبقه ۲
۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس، پست‌الکترونیکی: nakhai.isa@gmail.com
۳- دانشجوی دکتری مهندس صنایع دانشگاه امیرکبیر، پست‌الکترونیکی: maihami_reza@yahoo.com

4- Wee

کل مقدار سفارش، استفاده شده و مدل در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی زنجیره تأمین مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این مدل یافتن مقادیر بهینه قیمت خرده‌فروشی، مقدار سفارش‌دهی و زمان‌بندی بازپرسازی[1] اعضا به‌منظور حداکثر کردن سود کل زنجیره است. در این مدل کمبود برای هر دو عضو زنجیره غیرمجاز بوده و تقاضا تابعی خطی برحسب قیمت و نمایی بر حسب زمان در نظر گرفته شده است. بعد از مدل‌سازی در حالت‌های یکپارچگی و عدم یکپارچگی، شیوه به‌دست آوردن جواب‌های بهینه بحث می‌شود و برای هر دو حالت الگوریتم حل ارائه می‌شود. در نهایت برای اثبات کارایی مدل و الگوریتم بیان شده مثال عددی حل می‌شود و تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف آن انجام می‌گیرد. برای انجام محاسبات از نرم‌افزار Mathematica 8.0.4 استفاده شده است.

۲- مرور ادبیات

الیون[2] و مالایا[3] اولین کسانی بودند که قیمت‌گذاری کالاهای فسادپذیر را بررسی کردند[۴]. آنها فرض کردند که کالا دارای عمر مفیدی است که قبل از تاریخ انقضای آن فاسد شدن روی نمی‌دهد. وی یک مدل موجودی قطعی با تخفیف مقداری، قیمت‌گذاری و پس‌افت پاره‌ای و فسادپذیری متناسب با زمان را بررسی کرد[۵]. او نرخ تقاضا را براساس قیمت نزولی در نظر گرفت و فرض کرد مقدار موجودی براساس تابع وایبل دو پارامتری نسبت به زمان فاسد می‌شود. چنگ[4] و همکاران یک مدل سفارش اقتصادی خرده فروش را برای تعیین قیمت فروش، تعداد و زمان‌بندی بهینه بازپرسازی با در نظر گرفتن کمبود به‌صورت پس‌افت پاره‌ای ارائه کردند[۶]. تساو[5] و شین[6] مسئله قیمت‌گذاری پویا، ترفیعات و بازپرسازی برای اقلام فسادپذیر در شرایطی که تأمین‌کننده اعتبار تجاری ارائه می‌دهد و خرده‌فروش تلاش‌هایی جهت ترفیع انجام می‌دهد، را بررسی نمودند[۷]. نخعی و میهمی یک مدل قیمت‌گذاری و کنترل موجودی هم‌زمان برای کالاهای فسادپذیر آنی و در نظر گرفتن کمبود به‌صورت پس‌افت پاره‌ای ارائه داده و به‌صورت تحلیلی بهینگی جواب‌های به‌دست آمده را اثبات نمودند[۸]. میهمی و نخعی یک مدل قیمت‌گذاری و کنترل‌موجودی توأم برای کالاهای فسادپذیر غیرآنی ارائه دادند[۹]. ایشان فرض کردند که تقاضا تابعی خطی از قیمت و نمایی برحسب زمان است و کمبود به‌صورت پاره‌ای، پس‌افت می‌گردد و مقدار پس‌افت تابعی از زمان انتظار است. میهمی و نخعی هم‌چنین این مسئله را با فرض تأخیر در پرداخت‌ها گسترش دادند[۱۰].

در مقالات معرفی شده، مسئله قیمت‌گذاری و کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر تنها برای یک بنگاه بررسی شده است. حال آنکه با توجه به تشدید رقابت جهانی، سازمان‌ها ناچار به ایجاد هماهنگی با سایر اعضای زنجیره تأمین خود هستند. مدل مارتین[7] یکی از اولین مطالعات صورت گرفته در زمینه تعیین فواصل بهینه بازپرسازی و قیمت‌های بهینه تخفیف یافته برای خرده‌فروش و مشتری نهایی برای یک کالای زوال‌پذیر در یک زنجیره تأمین دوسطحی با یک خریدار و یک تأمین‌کننده است[۱۱]. در این مدل تقاضا تابعی نمایی از زمان و خطی برحسب قیمت فرض شده و کمبود غیرمجاز در نظر گرفته شده است. رائو[8] و همکاران یک مدل موجودی چندسطحی برای کالاهای فسادپذیر ارائه دادند که در آن هزینه کل زنجیره شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده و خریدار حداقل می‌شد[۱۲]. در این مدل نرخ تقاضا و تولید ثابت بوده و کمبود غیرمجاز لحاظ شده است. ونگ[9] و همکاران یک مدل موجودی سه سطحی شامل یک تولیدکننده، یک توزیع کننده و یک خرده‌فروش، برای اقلام فسادپذیر ارائه دادند که در آن نرخ فسادپذیری تابعی از زمان بوده و برای هر عضو از زنجیره متفاوت است[۱۳].

یانگ[10] و وی یک مدل قیمت‌گذاری و سفارش‌دهی بهینه برای کالاهای فسادپذیر با تقاضای وابسته خطی به قیمت ارائه دادند[۱۴]. در این مدل یک فاکتور چانه‌زنی لحاظ شده تا سود بین دو طرف توافق را متعادل نماید، کمبود غیرمجاز بوده و نرخ فسادپذیری ثابت است. برای حل مدل از سری تیلور استفاده شده است. چن[11] و چنگ مسئله تعیین هم‌زمان قیمت قیمت بهینه خرده‌فروشی، زمان‌بندی بازپرسازی و تعداد دفعات ارسال محموله کالا در شرایطی که زنجیره تأمین مورد نظر شامل یک تولیدکننده و چندین خریدار بوده و تقاضای خریداران تابعی خطی از قیمت و نمایی برحسب زمان است را در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی زنجیره تأمین بررسی

1- Replenishment
2- Eilon
3- Mallaya
4- Chang
5- Tsao
6- Sheen
7- Martin
8- Rau
9- Wang
10- Yang
11- Chen

نمودند[۱۵]. به‌منظور تسهیم سود حاصل از یکپارچگی از یک مکانیزم تخفیف شبکه[1] استفاده شده است.

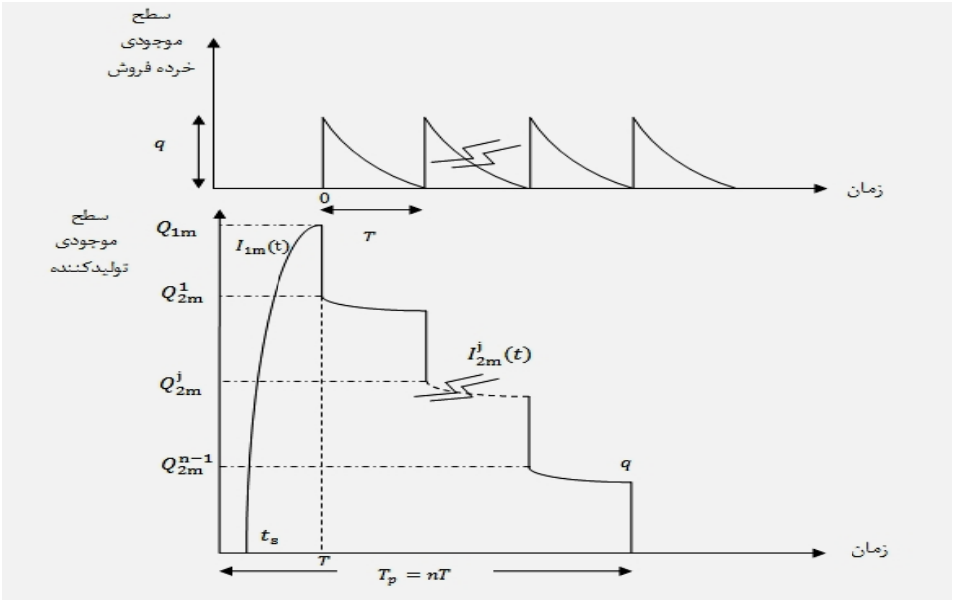
به‌طور کلی مدل‌های قیمت‌گذاری کالاهای فسادپذیری که هماهنگی در زنجیره تأمین را نیز در نظر می‌گیرند، به‌دلیل نزدیک شدن به شرایط واقعی کسب و کار از اهمیت بالایی برخوردارند. اما علی‌رغم این اهمیت، مقالاتی که این موضوعات را به‌صورت توأم مورد بررسی قرار دهند، کمتر در ادبیات کالاهای فسادپذیر به چشم می‌خورند. هم‌چنین بیشتر مقالات بررسی شده در ادبیات که مسئله موجودی و قیمت‌گذاری زنجیره‌های چندسطحی برای کالاهای فسادپذیر را در نظر گرفته‌اند، از تقریب‌های خطی نظیر بسط تیلور برای حل مدل استفاده نموده‌اند. اما جواب‌های به‌دست آمده به‌صورت دقیق محاسبه می‌شوند.

۳- مفروضات و نمادها

در مقاله از نمادها و مفروضات زیر استفاده می‌شود.

۳-۱-نمادها

نرخ فاسد شدن کالا	θ	طول دوره بازپرسازی برای تولیدکننده	$T_m = nT$
پارامترهای ثابت تابع تقاضا	$a, b > 0$	نرخ تولید برای تولیدکننده	ρ
پارامتر تأثیر زمان بر تقاضا	β	زمان شروع تولید در هر دوره	t_s
قیمت فروش هر واحد کالا	p	تعداد دفعات ارسال کالا از تولیدکننده به خرده فروش (عدد صحیح)	n
سطح موجودی خرده فروش در زمان t	$I_r(t)$	هزینه هر بار راه‌اندازی برای تولیدکننده	X
طول دوره بازپرسازی برای خرده فروش	T	هزینه نگهداری هر واحد کالا برای تولیدکننده	h_m
مقدار سفارش خرده‌فروش در هر دوره	q	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا برای تولیدکننده	k_m
هزینه خرید هر واحد کالا برای خرده فروش	c	درآمد تولیدکننده در هر دوره	R_m
هزینه نگهداری هر واحد کالا برای خرده فروش	h_r	اندازه انباشته تولید برای تولیدکننده در انتهای دوره تولید	Q_{1m}
هزینه سفارش‌دهی برای هر دوره خرده فروش	A	اندازه انباشته تولید برای تولیدکننده در ابتدای بازه زام دوره عدم تولید	$Q_{2m}^j, j = 1, \dots, n$
هزینه فاسد شدن هر واحد کالا برای خرده فروش	k_r	مقدار سود تولیدکننده در واحد زمان	π_m
درآمد خرده فروش در هر دوره	R_r	مجموع سود تولیدکننده و خرده فروش در واحد زمان	π_T
مقدار سود خرده فروش در واحد زمان	π_r		



شکل (۱): نمایش گرافیکی سیستم موجودی خرده‌فروش و تولیدکننده با سیاست ارسال محموله‌های یکسان و با تأخیر

1- Channel Rebate Mechanism

۳-۲- مفروضات

مفروضات به‌کار رفته در این مدل عبارتند از:

الف) زنجیره مورد نظر شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است که یک محصول را تولید می‌کنند.

ب) کالای مورد نظر فسادپذیر از نوع آنی بوده و نرخ فسادپذیری آن در هر لحظه مقدار ثابتی از موجودی در دست است.

ج) زمان تدارک صفر در نظر گرفته شده است.

د) نرخ بازپرسازی نامحدود بوده و بازپرسازی به‌صورت آنی صورت می‌گیرد.

هـ) تابع تقاضا به شکل $D(p,t)=(a-bp)e^{-\beta t}$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تابع تقاضا، تابعی پیوسته و نزولی برحسب قیمت و زمان است. این شکل از تابع تقاضا برای نشان دادن خصوصیات کالاهای فسادپذیر نظیر محصولات مد، صنایع با فناوری بالا، میوه‌ها، سبزیجات و مواد غذایی بسیار مناسب است[۹].

و) کالاهایی که در طول دوره فاسد می‌شوند، تعویض یا تعمیر نمی‌شوند.

ز) کمبود برای هر دو عضو زنجیره غیرمجاز است.

ح) افق زمانی سیستم محدود فرض شده است و دوره برنامه‌ریزی تک دوره‌ای است.

ط) تولیدکننده از سیاست ارسال محموله‌های یکسان پس از اتمام تولید استفاده می‌نماید. به‌عبارت دیگر در هر دوره، تولیدکننده به میزان n برابر تقاضای خرده‌فروش تولید می‌نماید و ارسال محموله‌ها زمانی آغاز می‌شود که کل تقاضای n دوره خریدار، تولید شده باشد[۱۶].

۴- مدل‌سازی مسئله

شکل (۱) نمایش گرافیکی سیستم موجودی خرده‌فروش و تولیدکننده برای یک دوره را با در نظر گرفتن سیاست ارسال محموله‌های یکسان و با تأخیر نشان می‌دهد.

۴-۱- مدل غیریکپارچه

تابع هدف برای خرده‌فروش و تولیدکننده در حالت غیریکپارچه در ادامه بیان خواهد شد.

۴-۱-۱- تابع هدف خرده‌فروش

همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود، تغییرات موجودی برای خرده فروش در طی یک دوره ناشی از برآورده کردن تقاضا و فاسد شدن کالاها می‌باشد، بنابراین وضعیت موجودی در طی یک دوره توسط معادله دیفرانسیل زیر نشان داده می‌شود[۱۵]:

(۱)

$$\frac{dI_r(t)}{dt}+\theta I_r(t)=-D(t)=-(a-bp)e^{-\beta t}\ ,\quad 0\le t\le T$$

همان‌طور که از شکل (۱) مشاهده می‌شود، $I_r(T)=0$، بنابراین خواهیم داشت:

(۲)

$$\Rightarrow I_r(t)=\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)e^{-\theta t}\left[e^{(\theta-\beta)T}-e^{(\theta-\beta)t}\right],\quad 0\le t\le T$$

با توجه به رابطه $I_r(0)=q$، داریم:

$$q=\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) \qquad (۳)$$

با توجه به اینکه وضعیت موجودی خرده فروش در طی یک دوره محاسبه شده است، می‌توان هزینه‌های موجود در سیستم و در نتیجه تابع هدف خرده‌فروش را محاسبه نمود.

هزینه‌های یک خرده‌فروش براساس موجودی محاسبه شده در طول یک دوره به‌صورت زیر است:

هزینه سفارش‌دهی در هر دوره مقدار ثابت A است.

هزینه خرید در هر دوره از ضرب مقدار سفارش در هر دوره (q) در قیمت خرید واحد به‌دست می‌آید:

$$PC_r=cq=cI_r(0)=c\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) \qquad (۴)$$

هزینه نگهداری کالا در هر دوره برابر است با حاصل‌ضرب کل موجودی نگهداری شده (سطح زیر نمودار موجودی) در هزینه واحد نگهداری هر کالا.

(۵)

$$HC_r=h_r\int_0^T I_r(t)dt=h_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}(\theta-\beta+\beta e^{\theta T})-\theta}{\theta\beta}\right)$$

هزینه فاسد شدن کالا در هر دوره:

(۶)

$$DC_r=k_r\int_0^T \theta I_r(t)dt=k_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}(\theta-\beta+\beta e^{\theta T})-\theta}{\beta}\right)$$

در نظر نگرفتن هزینه کالاهای فاسد شده در مدل منجر به افزایش سود به‌صورت کاذب می‌گردد. بنابراین به‌منظور

واقعی‌تر شدن مدل لازم است تا این هزینه نیز در مدل لحاظ گردد.

با توجه به این که در این مدل قیمت نیز به‌عنوان یک متغیر لحاظ شده، تابع هدف به شکل حداکثرسازی سود لحاظ شده نه حداقل‌سازی هزینه و به‌همین دلیل لازم است تا درآمد حاصل از فروش کالا در طی یک دوره برای خریدار نیز در تابع هدف لحاظ گردد که به طریق زیر قابل محاسبه است:

(۷)

$$R_r = p\int_0^T D(p,t)\,dt = \frac{p(a-bp)}{\beta}\left(1-e^{-\beta T}\right)$$

اکنون با داشتن هزینه‌ها و درآمد، می‌توان مجموع سود خرده فروش در واحد زمان را به‌صورت زیر محاسبه کرد.

(۸)

$$\pi_r = \frac{1}{T}[R_r - A - PC - HC - DC]$$
$$\Longrightarrow \pi_r = \frac{1}{T}\left(\frac{p(a-bp)}{\beta}\left(1-e^{-\beta T}\right) - A - c\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) - h_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}\left(\theta-\beta+\beta e^{\theta T}\right)-\theta}{\theta\beta}\right) - k_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}\left(\theta-\beta+\beta e^{\theta T}\right)-\theta}{\beta}\right)\right)$$

۴-۱-۲- جواب‌های بهینه

در این مدل تابع هدف خرده‌فروش به شکل سود و تابعی از دو متغیر اصلی p و T است. بنابراین به‌منظور یافتن مقادیر بهینه این دو پارامتر کافی است تا مشتق تابع سود را نسبت به دو متغیر p و T به‌صورت هم‌زمان برابر با صفر قرار دهیم.

(۹)

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial T} = \frac{1}{T^2}\left(A - \frac{\left(1-e^{-T\beta}\right)p(a-bp)}{\beta} + \frac{e^{-T\beta}(a-bp)T\left(h_r - e^{T\theta}h_r + \left(-ce^{T\theta} + k_r - e^{T\theta}k_r + p\right)\theta\right)}{\theta} + 1/(-\beta+\theta)\,(a-bp)\left(c\left(-1+e^{T(-\beta+\theta)}\right) + \frac{e^{-T\beta}\left(\left(-1+e^{T\theta}\right)\beta + \theta - e^{T\beta}\theta\right)(h_r+k_r\theta)}{\beta\theta}\right)\right) = 0$$

(۱۰)

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial p} = \frac{1}{T}\left(-\frac{b\left(1-e^{-T\beta}\right)p}{\beta} + \frac{\left(1-e^{-T\beta}\right)(a-bp)}{\beta} + 1/(-\beta+\theta)\,b\left(c\left(-1+e^{T(-\beta+\theta)}\right) + \frac{k_r\left(-\theta+e^{-T\beta}\left(-\beta+e^{T\theta}\beta+\theta\right)\right)}{\beta} + \frac{h_r\left(-\theta+e^{-T\beta}\left(-\beta+e^{T\theta}\beta+\theta\right)\right)}{\beta\theta}\right)\right) = 0$$

که به رابطه (۱۱) می‌انجامد.

(۱۱)

$$\Rightarrow p^* = \frac{a}{2b} + \frac{c\beta\theta\left(e^{T\beta}-e^{T\theta}\right)+\left(h_r+k_r\theta\right)\left(\beta\left(1-e^{T\theta}\right)+\theta\left(e^{T\beta}-1\right)\right)}{2\left(-1+e^{T\beta}\right)(\beta-\theta)\theta}$$

۴-۱-۳- تابع هدف تولیدکننده

تولیدکننده از رویه تولید برای انبار[1] استفاده می‌نماید، به این‌صورت که در هر بار راه‌اندازی، به میزان n برابر مقدار سفارش خرده‌فروش که n یک عدد صحیح است، تولید می‌نماید و سفارشات خرده‌فروش را در n مرتبه پس از اتمام مرحله تولید، ارسال می‌نماید. در واقع با توجه به زمان‌بندی و مقدار سفارش خرده‌فروش، هدف تولیدکننده، تعیین مقدار بهینه n به نحوی است که سود خود را حداکثر نماید. مطابق شکل (۱)، دوره موجودی تولیدکننده به دو دوره تولید و عدم تولید تقسیم می‌شود.

- **دوره تولید: $t_s \le t \le T$**

در دوره تولید تغییرات موجودی ناشی از تولید و فاسدشدن کالاست، بنابراین:

(۱۲)

$$\frac{dI_{1m}(t)}{dt} + \theta I_{1m}(t) = \rho \qquad t_s \le t \le T$$

(۱۳)

$$\Rightarrow I_{1m}(t) = \frac{\rho}{\theta} + ce^{-\theta t} \qquad t_s \le t \le T$$

با توجه به اینکه سطح موجودی تولیدکننده در ابتدای دوره تولید (t_s) برابر صفر است، داریم:

(۱۴)

$$I_{1m}(t) = \frac{\rho}{\theta}\left(1-e^{\theta(t_s-t)}\right) \qquad t_s \le t \le T$$

1- Make to stock

اندازه انباشته تولیدکننده در انتهای دوره تولید (Q_{1m}) عبارت است از:

$$Q_{1m} = I_{1m}(T) = \frac{\rho}{\theta}\left(1 - e^{\theta(t_s - T)}\right) \qquad (۱۵)$$

توجه داشته باشید که بین Q_{2m}^{1} (اندازه انباشته تولیدکننده در ابتدای دوره عدم تولید) و Q_{1m} رابطه زیر برقرار است:

$$Q_{2m}^{1} = Q_{1m} - q \qquad (۱۶)$$

که مقدار Q_{2m}^{1} در بخش بعدی محاسبه می‌گردد. بنابراین با داشتن مقادیر Q_{2m}^{1} و q، مقدار Q_{1m} و در نتیجه t_s (زمان آغاز دوره تولید) از طریق رابطه (۱۷) قابل محاسبه است:

$$t_s = \frac{1}{\theta} * \ln\left(1 - \frac{\theta}{\rho} * Q_{1m}\right) + T \qquad (۱۷)$$

- **دوره عدم تولید: $T \le t \le nT$**

مطابق شکل (۱)، تولیدکننده سفارشات خرده‌فروش را در n محموله که مقدار هرکدام برابر با q است تحویل می‌دهد. در هر دوره به مدت T (یا $\frac{1}{n}$ دوره تولیدکننده) در طول دوره عدم تولید، تغییرات سطح موجودی تنها ناشی از فاسد شدن کالاست. بنابراین موجودی لحظه t در بازه j ام دوره عدم تولید برابر است با:

(۱۸)

$$\frac{dI_{2m}^{j}(t)}{dt} + \theta I_{2m}^{j}(t) = 0 \qquad T \le t \le nT$$

با توجه به شکل (۱) مشخص است که سطح ابتدایی موجودی در بازه jام، برابر با اندازه انباشته بازه jام یا Q_{2m}^{j} است، پس

(۱۹)

$$I_{2m}^{j}(0) = Q_{2m}^{j} \Rightarrow I_{2m}^{j}(t) = Q_{2m}^{j} e^{-\theta t} \qquad T \le t \le nT$$

برای محاسبه Q_{2m}^{j} ها به نحو زیر عمل می‌کنیم: مطابق شکل (۱) اندازه انباشته در ابتدای دوره nام یا Q_{2m}^{n} برابر با صفر است، هم‌چنین اندازه انباشته در ابتدای دوره n-1 ام برابر است با:

(۲۰)

$$I_{2m}^{n-1}(T) = Q_{2m}^{n-1} e^{-\theta T} = q \Rightarrow Q_{2m}^{n-1} = q e^{\theta T}$$

به همین ترتیب برای اندازه انباشته دوره n-2 داریم:

(۲۱)

$$I_{2m}^{n-2}(0) = Q_{2m}^{n-2} = (q + Q_{2m}^{n-1})e^{-\theta T} = q\left(e^{\theta T} + (e^{\theta T})^2\right)$$

بنابراین می‌توان اندازه انباشته بازه j ام دوره عدم تولید را به شکل زیر نوشت:

(۲۲)

$$I_{2m}^{j}(0) = Q_{2m}^{j} = q\left(e^{\theta T} + \cdots + (e^{\theta T})^j\right) = q e^{\theta T}\left(\frac{1 - (e^{\theta T})^{n-j}}{1 - e^{\theta T}}\right)$$

بنابراین مقدار انباشته تولیدکننده در ابتدای دوره عدم تولید به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$I_{2m}^{1}(0) = Q_{2m}^{1} = q e^{\theta T}\left(\frac{1-(e^{\theta T})^{n-1}}{1-e^{\theta T}}\right) \qquad (۲۳)$$

هزینه‌های تولیدکننده در طی یک دوره شامل موارد زیر است:

الف) هزینه راه‌اندازی: که در هر دوره مقدار ثابت X در نظر گرفته شده است.

ب) هزینه فاسد شدن کالاها: تعداد اقلام فاسد شده در طول یک دوره تولیدکننده برابر است با مجموع کالاهای تولیدشده منهای تعداد سفارشات خریدار. بنابراین داریم:

$$TD_m = \rho(T - t_s) - nq \qquad (۲۴)$$

بنابراین کل هزینه فاسدشدن کالا برای تولیدکننده برابر است با:

$$DC_m = k_m(TD_m) \qquad (۲۵)$$

ج) هزینه نگهداری کالا : تعداد کل کالاهای نگهداری شده توسط تولیدکننده در دوره تولید از طریق تعداد کالاهای فاسد شده در هر دوره قابل محاسبه است:

$$TH_m = \frac{1}{\theta} * (\rho(T - t_s) - nq) \qquad (۲۶)$$

بنابراین کل هزینه نگهداری تولیدکننده عبارت است از:

$$HC_m = h_m(TH_m) \qquad (۲۷)$$

د) درآمد تولیدکننده: همان‌طور که اشاره شده، در هر دوره، تولیدکننده به میزان n برابر سفارشات خرده‌فروش تولید می‌نماید. بنابراین میزان درآمد تولیدکننده در هر دوره برابر است با: (به [۱۴] مراجعه شود)

(۲۸)

$$R_m = ncq = ncI_r(0) = nc\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right)$$

بنابراین مجموع سود تولیدکننده در واحد زمان به‌صورت رابطه (۲۹) است:

(۲۹)

$$\pi_m = \frac{1}{T_p}(R_m - X - DC_m - HC_m) = \frac{1}{T}c\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) - \frac{1}{nT}\left(X + h_m\left(\frac{1}{\theta}*(\rho(T-t_s)-nq)\right) + k_m(\rho(T-t_s)-nq)\right)$$

بنابراین مجموع سود در حالت غیریکپارچه از جمع سود خرده‌فروش و تولیدکننده قابل محاسبه است. ($\pi_T = \pi_r + \pi_m$)

۴-۲- مدل یکپارچه

زمانی که بین اعضای زنجیره هماهنگی ایجاد گردد، هدف تعیین قیمت، طول دوره و مقدار بازپرسازی بهینه به‌نحوی است که سود کل زنجیره حداکثر گردد. در این حالت تابع هدف سیستم به شکل مجموع تابع سود خرده‌فروش و تولیدکننده خواهد بود. بنابراین:

(۳۰)

$$\pi_T = \pi_r + \pi_m = \frac{1}{T}\left(\frac{p(a-bp)}{\beta}\left(1-e^{-\beta T}\right) - A - c\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) - h_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}(\theta-\beta+\beta e^{\theta T})-\theta}{\theta\beta}\right) - k_r\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(\frac{e^{-\beta T}(\theta-\beta+\beta e^{\theta T})-\theta}{\beta}\right)\right) + \frac{1}{T}c\left(\frac{a-bp}{\theta-\beta}\right)\left(e^{(\theta-\beta)T}-1\right) - \frac{1}{nT}\left(X + h_m\left(\frac{1}{\theta}*(\rho(T-t_s)-nq)\right) + k_m(\rho(T-t_s)-nq)\right)$$

که در رابطه (۳۰) مقادیر q و t_s به ترتیب از طریق روابط (۳) و (۱۷) قابل محاسبه است. به‌منظور یافتن جواب بهینه در مدل یکپارچه نیز همانند مدل غیریکپارچه، کافیست مقدار مشتق تابع هدف را به‌صورت هم‌زمان نسبت به دو متغیر p و T مساوی صفر قرار دهیم که به‌دلیل بالابودن حجم معادلات از ذکر آنها خودداری می‌شود.

۴-۳- الگوریتم حل

برای به‌دست آوردن جواب‌های بهینه در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی الگوریتم‌های حلی ارائه می‌شود.

۴-۳-۱- الگوریتم حل در حالت عدم هماهنگی اعضا

زمانی که بین اعضای زنجیره یکپارچگی وجود ندارد، خرده‌فروش و تولیدکننده به‌صورت مستقل عمل می‌نمایند، بنابراین ابتدا خرده‌فروش طول دوره، مقدار سفارش و قیمت بهینه برای حداکثر کردن سود خود را تعیین می‌نماید و سپس تولیدکننده با تعیین مقدار n که یک عدد صحیح است، طول دوره بهینه بازپرسازی خود را مشخص می‌کند. به‌منظور یافتن مقادیر T^*،p^* و n^* باید گام‌های زیر برداشته شود:

الف) با توجه به اینکه n یک عدد صحیح است، به ازای مقادیر مختلف n و $n \geq 1$، قدم‌های ۲ تا ۴ را تکرار می‌نماییم.

ب) به‌منظور یافتن طول دوره و قیمت بهینه خرده فروش از روابط (۹) و (۱۱) استفاده می‌شود.

ج) پس از محاسبه T^* و p^*، با استفاده از رابطه (۳) مقدار q^* محاسبه شده و به ترتیب از طریق روابط (۲۳) و (۱۶)، Q_{2m}^{*1} و در نتیجه Q_{1m}^* قابل محاسبه است. حال می‌توان با استفاده از رابطه (۱۷) مقدار t_s^* را محاسبه کرد.

د) با داشتن مقادیر q^* و t_s^* مقدار تابع هدف تولیدکننده، π_m از رابطه (۲۹) محاسبه می‌شود .

هـ) مراحل فوق تا جایی ادامه می‌یابد که شرط مقابل حاصل شود. $\pi_m(n^*-1) \leq \pi_m(n^*) \geq \pi_m(n^*+1)$

۴-۳-۲- الگوریتم حل در حالت هماهنگی اعضا

در حالت یکپارچگی اعضا نیز مشابه حالت عدم یکپارچگی عمل می‌شود با این تفاوت که در این حالت برای یافتن مقادیر T^* و p^* از معادله مربوط به سود کل زنجیره (π_T) استفاده می‌شود. بنابراین به‌منظور یافتن مقادیر T^*، p^* و n^* به ترتیب زیر عمل می‌شود.

الف) به ازای مقادیر مختلف n و $n \geq 1$، قدم‌های ۲ تا ۴ را تکرار می‌نماییم.

ب) با استفاده از مشتق معادله (۳۰) نسبت به p و T و حل معادله حاصل، مقدار T^* و p^* که در رابطه $\frac{\partial \pi_T}{\partial T} = 0$ و $\frac{\partial \pi_T}{\partial p} = 0$ صدق نماید، به دست می‌آید.

جدول (۱): جواب‌های بهینه مثال عددی مدل دوم

متغیر	عدم هماهنگی اعضا	هماهنگی اعضا	میزان تغییر(درصد)
T^*	۰,۴۲۳۴	۰,۴۸۳۳	۱۴,۱۴۷
p^*	۹۲,۷۰۴۹	۷۲,۸۸۵۷	-۲۱,۳۷۹
q^*	۷۴,۷۹۶	۱۱۹,۲۲۷۸	۵۹,۴۰۲
π_r^*	۷۸۲۱,۱۲۳	۶۴۵۸,۲۴۷۶	-۱۷,۴۲۶
n^*	۳	۲	-۳۳,۳۳
$T_m^* = n^* * T^*$	۱,۲۷۰۲	۰,۹۶۶۶	-۲۳,۹۰۲
t_s^*	۰,۰۰۳۵	۰,۰۵۱۴	۱۳۶۸,۵۷۱
Q_{1m}^*	۲۴۲,۶۲۹۷	۲۴۹,۲۹۲۸	۲,۷۴۶
π_m^*	۶۳۵۱,۴۳۴۱	۹۰۲۰,۶۴۳۴	۴۲,۰۲۵
π_T^*	۱۴۱۷۲,۵۵۷	۱۵۴۷۸,۸۹۱	۹,۲۱۷
$\frac{\partial^2\pi_r}{\partial p^{*2}}\left(\frac{\partial^2\pi_T}{\partial p^{*2}}\right)$	-۶,۷۸	-۷,۰۲۷	-
$\frac{\partial^2\pi_r}{\partial T^{*2}}\left(\frac{\partial^2\pi_T}{\partial T^{*2}}\right)$	-۷۷۵۸,۷۸	-۱۰۲۸۶,۴	-
Det (H)	۵۲۱۹۲,۳	۶۹۵۵۷,۵	-

جدول (۲): جواب‌های بهبود یافته در حالت یکپارچگی زنجیره تأمین با استفاده از مکانیزم تخفیف شبکه در مدل ۲

	سطح هدف	مقدار بهینه سفارش خرده فروش به تولیدکننده در حالت هماهنگی (Q_{1m})	مقدار تخفیف در نظر گرفته شده (واحد پولی)	سود در حالت عدم هماهنگی اعضا	سود در حالت هماهنگی اعضا		میزان تغییرات نسبت به حالت عدم هماهنگی اعضا	
					قبل از سیاست تخفیف	بعد از سیاست تخفیف	قبل از سیاست تخفیف	بعد از سیاست تخفیف
خرده‌فروش	۸۰	۲۴۹,۲۹۳	$۱۰,۵	۷۸۲۱,۱۲۳	۶۴۵۸,۲۴۷	۸۲۳۵,۸۲۴	-۱۷,۴۲۶٪	۵,۳۰۲٪
تولیدکننده				۶۳۵۱,۴۳۴	۹۰۲۰,۶۴۳	۷۲۴۳,۰۶۷	۴۲,۰۲۵٪	۱۴,۰۳۸٪
کل سیستم				۱۴۱۷۲,۵۵۷	۱۵۴۷۸,۸۹۱	۱۵۴۷۸,۸۹۱	۹,۲۱۷٪	۹,۲۱۷٪

ج) سپس با استفاده از روابط (۳) و (۲۳)، مقدار q و Q_{2m}^{*1} محاسبه می‌شود که با استفاده از رابطه $Q_{2m}^{*1} + q$، مقدار Q_{1m}^* قابل حصول است و با قرار دادن آن در رابطه (۱۷) مقدار t_s محاسبه می‌شود.

د) حال می‌توان از طریق رابطه (۳۰) مقدار π_T را محاسبه نمود.

هـ) مراحل فوق تا زمانی ادامه می‌یابد که رابطه مقابل برقرار شود. $\pi_T(n^* - 1) \leq \pi_T(n^*) \geq \pi_T(n^* + 1)$

۵- مثال عددی

در این بخش از مثال عددی موجود در مقاله [۱۵] با اندکی تغییرات استفاده می‌شود. پارامترهای مدل به‌شرح زیر است:

$$D(p,t) = (a - bp)e^{-\beta t} = (500 - 3.5p)e^{-0.15t}$$
$$= 0.18, c = 40, h_r = 4.5, k_r = 1,$$
$$\rho = 600, X = 550, h_m = 2.25, k_m = 0.5, A = 300$$

حل مدل با استفاده از نرم‌افزار Mathematica 8.0.4 جواب‌های بهینه جدول (۱) را نتیجه می‌دهد.

شرایط لازم برای بهینگی جواب‌های به‌دست آمده در سه سطر آخر جدول (۱)، مشخص شده که تقعر تابع هدف به ازای جواب‌های بهینه در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی اعضای زنجیره را نشان می‌دهد.

همان‌طور که از جدول (۱) معلوم است، مقدار سود کل مجموعه در حالت هماهنگی اعضا نسبت به شرایط عدم هماهنگی، ۹,۲۱۷ ٪ افزایش یافته است، این در حالی است که سود خرده فروش نسبت به حالت قبل، ۱۷,۴۲۶٪ کاهش داشته است. با این شرایط به‌نظر می‌رسد که علی‌رغم ارتقای سود کل سیستم، خریدار از پذیرش هماهنگی اعضا خودداری نماید. بنابراین به‌منظور ایجاد یکپارچگی در چنین شرایطی لازم است تا تولیدکننده از مشوق‌های مختلف به‌منظور ترغیب خریدار در جهت همکاری، استفاده نماید. یکی از تکنیک‌های ایجاد هماهنگی در بین اعضای زنجیره، یک مکانیزم تخفیف در کانال خریدار- فروشنده به این ترتیب است که تولیدکننده براساس میزان فروش محصول به مشتری نهایی، مبلغی را به عنوان مشوق به خرده‌فروش پرداخت می‌نماید. در این بخش، از مثال عددی به‌کار رفته در مقاله [۱۵] استفاده شده است. براساس مثال موجود در مقاله مذکور، تولیدکننده به ازای هر واحد سفارش خرده‌فروش که بالاتر از سطح ۸۰ باشد، ۱۰,۵ واحد پولی تخفیف می‌دهد. جدول (۲) خلاصه‌ای از مکانیزم تخفیف به‌کار رفته در این بخش را نمایش می‌دهد.

همان‌طور که جدول (۲) نشان می‌دهد، با استفاده از این مکانیزم تخفیف، میزان سود خرده‌فروش از مقدار ۶۴۵۸,۲۴۷ به مقدار ۸۲۳۵,۸۲۴ افزایش یافته است. بنابراین در حال حاضر شرایط برای ایجاد همکاری در بین اعضای زنجیره فراهم شده است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل قیمت‌گذاری و کنترل موجودی هم‌زمان برای کالاهای فسادپذیر در یک زنجیره تأمین دوسطحی ارائه شد که در آن تولیدکننده از سیاست ارسال محموله‌های یکسان پس از اتمام تولید استفاده می‌نماید. مدل در دو حالت یکپارچگی و عدم یکپارچگی اعضا بررسی شد و برای هر دو حالت الگوریتم ساده‌ای برای حل مدل ارائه شد. نتایج حاصل از مثال‌های عددی نشان می‌دهد که سود حاصل از یکپارچگی زنجیره تأمین، بیشتر از سود کل در حالت غیر یکپارچه اعضاست. هم‌چنین در اثر یکپارچگی زنجیره تأمین، سود خریدار به علت افزایش مقدار سفارش و در نتیجه هزینه‌های مربوطه، کاهش می‌یابد. بنابراین لازم است تا فروشنده به طریقی، خریدار را به هماهنگی در زنجیره تشویق نماید.

این مقاله از چندین جهت قابلیت گسترش دارد. با توجه به اینکه تقاضا تابع عوامل متعددی بوده و پیش‌بینی آن به‌صورت دقیق میسر نیست، در نظر گرفتن تقاضا به شکل یک تابع احتمالی موضوع مناسبی برای تحقیق به شمار می‌رود. هم‌چنین در نظر گرفتن یک زنجیره تأمین چندسطحی، وجود چندین خرده فروش ناهمگن، در نظر گرفتن کمبود، اعتبار تجاری و ترفیعات موضوعات جالبی برای تحقیقات آتی به نظر می‌رسند.

۷- منابع

[1] Yang PC., ***"Pricing strategy for deteriorating items using quantity discount when demand is price sensitive"***. European Journal of Operational Research. 2004 Jul 1;157(2):389–97.

[2] Li R. "***A Review on Deteriorating Inventory Study***". JSSM. 2010;03(01):117–29.

[3] Abad PL. "***Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability, finite production and partial backordering and lost sale***". European Journal of Operational Research. 2003 Feb 1; 144(3):677–85.4.

[4] Eilon HM, Mallaya RV. "***Issuing and pricing policy of semi-perishables***", Proceedings of 4th International conference on operational research. Wiley - Interscience, New York. 1966;

[5] Wee H-M. "***Deteriorating inventory model with quantity discount, pricing and partial***

backordering". International Journal of Production Economics. 1999 Mar; 59(1-3):511–8.

[6] Chang H-J, Teng J-T, Ouyang L-Y, Dye C-Y., "***Retailer's optimal pricing and lot-sizing policies for deteriorating items with partial backlogging***". European Journal of Operational Research. 2006 Jan 1; 168(1):51–64.

[7] Tsao Y-C, Sheen G-J., "***Dynamic pricing, promotion and replenishment policies for a deteriorating item under permissible delay in payments***". Computers & Operations Research. 2008 Nov; 35(11):3562–80.

[۸] نخعی ع, میهمی ر. "***قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به‌صورت توأم برای کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن هزینه کمبود به‌صورت پس افت پاره‌ای***". نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. ۱۳۸۹;۲۱(۴):۱۶۸–۷۷ .

[9] Maihami R, Nakhai Kamalabadi I., "***Joint pricing and inventory control for non-instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand***", International Journal of Production Economics. 2012 Mar; 136(1):116–22.

[10] Maihami R, Abadi INK., "***Joint control of inventory and its pricing for non-instantaneously deteriorating items under permissible delay in payments and partial backlogging***". Mathematical and Computer Modeling. 2012 Mar; 55 (5–6):1722–33.

[11] Martin G., "***Negotiated price discounting of perishable inventories***". Operations Research Letters". 1991 Dec; 10(9):513–8.

[12] Rau H, Wu M-Y, Wee H-M. "***Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment***". International Journal of Production Economics. 2003 Nov 11;86(2):155–68.

[13] Wang K-J, Lin YS, Yu JCP. "***Optimizing inventory policy for products with time-sensitive deteriorating rates in a multi-echelon supply chain***". International Journal of Production Economics. 2011 Mar;130(1):66–76.

[14] Yang PC, Wee HM. "***A collaborative inventory system with permissible delay in payment for deteriorating items***". Mathematical and Computer Modelling. 2006 Jan; 43[3-4]:209–21.

[15] Chen T-H, Chang H-M., "***Optimal ordering and pricing policies for deteriorating items in one-vendor multi-retailer supply chain***". The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009 Nov 8;49:341–55.

[16] Goyal SK. "***a Joint Economic-lot-size Model for Purchaser and Vendor***": A Comment. Decision Sciences. 1988 Mar 1; 19[1]:236–41.