سیاست بهینه سفارش‌دهی برای کالاهای فاسد شدنی با در نظر گرفتن سیاست پرداخت معوقه و تورم

فرزانه اکبری[۱]، محمد صفاری[۲*]
دانشگاه تفرش- دانشکده مهندسی صنایع

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۵/۲۲
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۰۲

چکیده

در این مقاله یک مدل موجودی برای اقلام فاسد شدنی با فرض برقراری یک اعتبار تجاری دو سطحی در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی نه فقط خرده‌فروش از مزایای تأخیر در بازپرداخت از جانب تأمین‌کننده بهره می‌برد بلکه به مشتریان خود نیز دوره اعتباری پیشنهاد می‌دهد. نرخ تقاضای اقلام تابع خطی از سطح موجودی خرده‌فروشی فرض شده است. ارزش زمانی پول و اثر تورم نیز در نظر گرفته شده است و اقلام به‌محض اینکه به موجودی تبدیل می‌شوند شروع به فاسد شدن می‌نمایند. نخست مدل ریاضی مسئله توسعه داده شده و پس از آن شیوه بهینه‌سازی در قالب یک مثال ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل موجودی، اقلام فاسد شدنی، تورم، اعتبار تجاری دو سطحی.

۱- مقدمه

در مدل‌های کلاسیک، ازجملـه فرضـیات معمـول تعیـین اندازه انباشته اقتصادی، ثابـت بـودن قیمـت و دیگـری عمـر نامحدود اقلام نگهداری شده است. هـم‌چنـین در مـدل‌هـای سنتی تعیین سفارش اقتصادی معمولاً فرض بر این است کـه خرده‌فروش باید به‌محض دریافـت اقـلام سـفارش داده شـده حساب را تسـویه کنـد؛ امـا در واقعیـت تـأمین‌کننـدگانی را می‌یابیم که به خـرده‌فروشـان، دوره ثـابتی را جهـت تسـویه حساب خود پیشنهاد می‌دهند. از این طریق خرده‌فروشـان را تشویق به خرید بیشتر می‌کنند تا سـهم بیشـتری از بـازار را کسب کرده و یا انبار خود را از اقلامی خـاص تخلیـه نماینـد. به‌ویژه هنگامی‌که اقلام از نوع فاسد شـدنی باشـند تـأخیر در بازپرداخت، تقاضا را افـزایش داده و مـانع تنـزل ارزش اقـلام خواهد شد. در این مقاله با فرض وجود نرخ تـورم بـالا و نـرخ فاسد شدن قابل توجه، این فرضیات کنار هم بررسـی خواهـد شد. هم‌چنین با در نظر گرفتن سیاست پرداخـت معوقـه، بـه مدلی نیاز است که بتواند با توجه به این سه متغیـر سـفارش اقتصادی بهینه را به‌دست آورد.

در طـول دو دهـه اخیـر، تـأثیر تـأخیر در بازپرداخـت بـر سیستم موجودی بهینه از سوی محققان متعددی مورد توجه قرار گرفته است. گویال[۳] [۱]، یک مدل موجودی با یک قلـم

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه تفرش، پست‌الکترونیکی: fa_ak66@yahoo.com.

۲*- استادیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه تفرش، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: mohamad_saffari@yahoo.com، نشانی: استان مرکزی- شهرستان تفرش- دانشگاه تفرش- دانشکده مهندسی صنایع.

3-Goyal

کالا را در شرایط تأخیر در بازپرداخت مطرح نمود پس از آن چونگ[1] [۲]، روش ساده‌تری برای جواب بهینه مدل گویال ارائه داد، اما فرض فاسد شدن اقلام در مدل‌های بالا در نظر گرفته نشده بود.

اگاروال[2] و جگی[3] [۳]، مدل گویال را به حالتی که اقلام موجودی فاسد شدنی باشند گسترش دادند. جمال و همکارانش [۴]، فرض مجاز بودن کمبود را هم در نظر گرفتند. سارکر[4] و همکارانش [۵]، یک مدل موجودی برای تعیین سیاست بهینه سفارش‌دهی برای اقلام فاسد شدنی در شرایط وجود تورم و تأخیر در بازپرداخت و مجاز بودن کمبود ارائه دادند.

چانگ[5] [۶]، یک مدل EOQ برای اقلام فاسد شدنی در شرایط تورمی ارائه داد به‌طوری که اگر مقدار سفارش خریدار از یک مقدار معینی بزرگ‌تر باشد تأمین‌کننده یک دوره اعتباری معینی به وی پیشنهاد می‌دهد. چونگ و هونگ[6] [۷]، بعدها مدل گویال [۱]، را به حالتی که اقلام با نرخ معین و محدودی در شرایط تأخیر در بازپرداخت جایگزین می‌شوند گسترش دادند. آنها رویه حل ساده‌ای برای یافتن سیاست سفارش‌دهی بهینه خرده‌فروش ارائه دادند.

همه مقالات بالا در شرایط مالی دوره اعتباری، فرض کردند که تقاضا ثابت است و یا در موارد نادری تقاضا وابسته به قیمت خرده‌فروشی است. تقاضای اقلام به‌عنوان یک حقیقت معمولاً تحت تأثیر فاکتورهای زیادی مانند خدمات، تبلیغ و غیره است.

برای نمونه، لوین[7] و همکارانش [۸] و سیلور[8] و پیترسون[9][۹]، مشاهده کردند که فروش در سطح خرده‌فروشی متناسب با میزان موجودی است که در معرض دید مشتریان می‌باشد. این مشاهده این حقیقت را در زندگی واقعی به‌ویژه در سوپر مارکت‌ها آشکار می‌سازد که نرخ تقاضای اقلام وابسته به سطح موجودی آنها است.

لیو[10] و همکارانش [۱۰]، برای اولین بار مدل EOQ را برای حالتی که نرخ تقاضا وابسته به سطح موجودی و تأخیر در بازپرداخت مجاز است، ارائه دادند. هم‌چنین در [۱۱ و ۱۲]، نرخ تقاضا وابسته به سطح موجودی خرده‌فروش بوده و تأخیر در بازپرداخت مجاز است، اما فرض فسادپذیری کالا در نظر گرفته نشده است. در زندگی واقعی فسادپذیری اقلام یک امر رایج است. از سوی دیگر در مدل‌های بالا فرض بر این است که تأمین‌کننده به خرده‌فروش دوره اعتباری پیشنهاد می‌دهد اما خرده‌فروش به مشتریان خود چنین دوره‌ای را ارائه نمی‌دهد. در اکثر معاملات تجاری، به‌ویژه در زنجیره تأمین این فرض واقعی نیست.

در [۱۳]، یک اعتبار تجاری دو سطحی در نظر گرفته شده است. اخیراً هانگ در [۱۴ و ۱۵]، مدل [۱۳] را گسترش داده و این فرض در نظر گرفته شده است که فضای ذخیره‌سازی محدود است، اما در همه مدل‌های بالا تقاضای اقلام ثابت است. در [۱۶ و ۱۷] تقاضای اقلام وابسته به سطح موجودی است اما هزینه‌ها ثابت بوده و تأثیر تورم و ارزش زمانی پول نادیده گرفته شده است.

در این مقاله یک مدل موجودی با فرض برقراری یک اعتبار دوسطحی در شرایط تورمی تحلیل خواهد شد. در این مدل نرخ تقاضا وابسته به سطح موجودی خرده‌فروش و اقلام مورد بررسی فاسد شدنی است. تأخیر در بازپرداخت دوسطحی است یعنی نه فقط تأمین‌کننده به خرده‌فروش دوره اعتباری معینی را پیشنهاد می‌دهد، بلکه خرده‌فروش نیز چنین دوره اعتباری را به مشتریان خود ارائه می‌دهد. با در نظر گرفتن تورم هزینه ثابت نبوده و همه هزینه‌ها تحت تأثیر نرخ بهره و نرخ تورم قرار دارند. ماکزیمم سازی سود خرده‌فروش برای بررسی سیاست سفارش‌دهی بهینه به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است. شرید[11] و گاره[12] [۱۸]، در مطالعاتشان به این نتیجه رسیدند که مصرف اقلام فاسد شدنی در طی زمان رابطه نسبتاً نزدیکی با تابع‌نمایی منفی دارد. آنها نشان دادند که سطح موجودی در لحظه t می‌تواند از معادله دیفرانسیل زیر پیروی کند.

1- Chung
2- Aggarwal
3- Jaggi
4- Sarker
5- Chang
6- Huang
7- Levin
8- Silver
9- Peterson

10- Liao
11- Schrader
12- Ghare

$$\frac{d\,I(t)}{dt} + \theta\, I(t) = -f(t) \qquad (۱)$$

که $f(t)$ بیانگر نرخ تقاضا در زمان t، $I(t)$ بیانگر سطح موجودی در لحظه t و θ بیانگر نرخ فاسد شدن است.

در اینجا ابتدا فرضیات و نمادهای مورد استفاده در مدل‌سازی بیان می‌شوند پس از آن مدل ریاضی مسئله تشریح می‌شود.

۲- فرضیات و نمادها

برای تشریح مدل به نمادهای زیر نیازمندیم:

$s(se^{-rt})$	قیمت فروش هر واحد در زمان صفر (در زمان t).
k	هزینه سفارش‌دهی در زمان صفر.
I_e	بهره حاصل از هر دلار در هر سال.
I_p	بهره پرداخت شده برای هر دلار در هر سال.
M	دوره اعتباری خرده‌فروش که از جانب تأمین‌کننده پیشنهاد داده شده است.
θ	نرخ فسادپذیری $0 < \theta < 1$.
T	طول سیکل موجودی.
c	قیمت خرید هر واحد در زمان صفر.
$h(he^{-rt})$	هزینه نگهداری هر واحد در سال در زمان صفر (در زمان t).
N	دوره اعتباری مشتری که توسط خرده‌فروش پیشنهاد داده می‌شود. فرض می‌شود $M \geq N$.
Q	مقدار سفارش خرده‌فروش.
r_1	نرخ تورم.
r_2	نرخ تنزیل که نمایان‌گر ارزش زمانی پول است. (نرخ بهره).
r	نرخ بهره خالص از تورم $r = r_1 - r_2$.
$\pi(T)$	کل سود خرده‌فروش در طول یک سال.

فرضیات مدل به شرح زیر است:

- نرخ تقاضا قطعی است اما به‌صورت تابع خطی از سطح موجودی در هر لحظه. $D + \alpha I(t)$. که D و α مقادیر ثابت و مثبت‌اند.
- محصول با نرخ ثابتی فاسد می‌شود (یعنی درصد ثابتی از موجودی در دست). این اقلام پس از فاسد شدن دور ریخته می‌شوند و هیچ هزینه یا درآمدی برای برگرداندن یا بهتر کردن آنها وجود ندارد. (جایگزینی و تعمیر لحاظ نمی‌شود.)
- وقتی $T \geq M$ حساب در زمان $t = M$ تسویه می‌شود و خرده‌فروش برای اقلام موجود در انبار با نرخ I_p، در دوره $[M, T]$ بهره پرداخت می‌کند. وقتی $T \leq M$، حساب در زمان $t = M$، تسویه می‌شود و خرده‌فروش بهره‌ای پرداخت نمی‌کند.
- خرده‌فروش با توجه به شرایط دوره اعتباری می‌تواند کسب درآمد کرده و در طول دوره از $t = N$ تا $t = M$ با نرخ I_e بهره به‌دست آورد.
- دوره‌های اعتباری ثابت و مشخص‌اند. فرض می‌شود $M \geq N$.
- لیدتایم قابل اغماض است. $LT = 0$.
- کمبود مجاز نمی‌باشد.
- همه هزینه‌ها تحت تأثیر نرخ بهره و نرخ تورم قرار دارد.
- این مدل یک قلم کالا را در نظر می‌گیرد.

۳- مدل ریاضی

سطح موجودی توسط معادله دیفرانسیل زیر تشریح می‌شود:

$$\frac{d\,I(t)}{dt} = -D - \alpha I(t) - \theta I(t); \qquad \text{for } 0 \leq t \leq T \qquad (۲)$$

با در نظر گرفتن شرط کرانی $I(T) = 0$ خواهیم داشت:

$$I(t) = \frac{D}{\alpha + \theta}\left[e^{(\alpha+\theta)(T-t)} - 1\right] \qquad (۳)$$

میزان سفارش برابر است با:

$$Q = I(0) = \left(\frac{D}{\alpha + \theta}\right)\left(e^{(\alpha+\theta)T} - 1\right) \qquad (۴)$$

عناصر تشکیل دهنده تابع سود خرده‌فروش در زیر آورده

شده است:

الف) هزینه سفارش‌دهی

$$\mathrm{ORD} = k * \sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT} = k * \frac{1-e^{-r}}{1-e^{-rT}} = k * \frac{2-r}{2T} \qquad (5)$$

ب) هزینه نگهداری

$$\mathrm{HOLD} = \left(\int_0^T he^{-rt} I(t)\,dt\right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT}\right) \qquad (۶)$$

ج) هزینه خرید

$$\mathrm{COGS} = \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT}\right) * c * Q = c * \frac{D}{\alpha+\theta} * \left(e^{(\alpha+\theta)T} - 1\right) * \left(\frac{2-r}{2T}\right) \qquad (۷)$$

د) درآمد فروش

$$\mathrm{REV} = \left(\int_0^T se^{-rt}\big(D + \alpha I(t)\big)\,dt\right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT}\right) \qquad (۸)$$

برای محاسبه بهره قابل پرداخت سه حالت مختلف بررسی می‌شود:

الف) $T \le N$. در این حالت از آنجا که زمان سیکل کمتر از دوره اعتباری یعنی M است، بهره‌ای به تأمین‌کننده پرداخت نمی‌شود. $IP_1 = 0$.

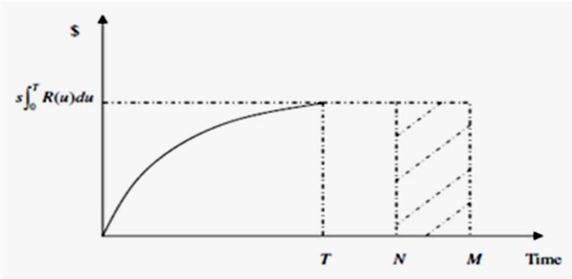
ب) $N \le T \le M$. مشابه حالت قبل $IP_2 = 0$.

ج) $T \ge M$. در این حالت، خرده‌فروش برای اقلامی که در انبار است پس از زمان M شروع به پرداخت بهره با نرخ I_p می‌کند.

$$IP_3 = \left(cI_p \int_M^T e^{-rt} I(t)\,dt\right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT}\right) \qquad (۹)$$

به‌طور مشابه ۳ حالت برای بهره دریافتی وجود دارد.

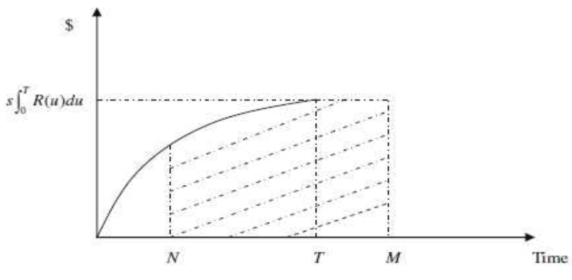
الف) $T \le N$ در این حالت از زمان N تا M خرده‌فروش می‌تواند از درآمد فروش استفاده کند.



شکل (۱): کل بهره حاصله زمانی که $T \le N$.

$$IE_1 = \left(I_e.s.(M-N)\int_0^T e^{-rt}\big(D + \alpha I(t)\big)\,dt\right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT}\right) \qquad (۱۰)$$

ب) با استدلالی مشابه برای $N \le T \le M$،

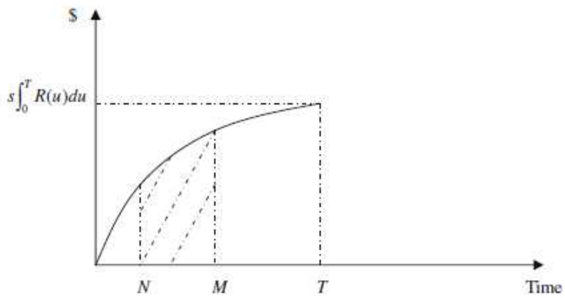


شکل (۲): کل بهره حاصله زمانی که $N \le T \le M$

$$IE_2 = \left(I_e \left[\int_N^T \left(\int_0^t se^{-ru}(D + \alpha\, I(u))\, du \right) dt + (M - T) \int_0^T se^{-rt}\big(D + \alpha I(t)\big) dt \right] \right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT} \right) \quad (۱۱)$$

ج) هم‌چنین برای $T \geq M$ ،

$$IE_3 = \left(s.\, I_e \int_N^M \left(\int_0^t e^{-ru}(D + \alpha\, I(u))\, du \right) dt \right) * \left(\sum_{i=0}^{\frac{1}{T}-1} e^{-irT} \right) \quad (۱۲)$$



شکل (۳): کل بهره حاصله زمانی که $T \geq M$.

با توجه به محاسبات فوق ،کل سود خرده‌فروش در طول یک سال عبارت است از:

$$\pi(T) = REV + IE - COGS - HOLD - ORD - IP \quad (۱۳)$$

تابع سود بالا یک تـابع سـه ضـابطه‌ای بـوده کـه ضـابطه اول $\pi_1(T)$ برای $0 \leq T \leq N$ و ضابطه دوم $\pi_2(T)$ بـرای $N \leq T \leq M$ و ضـابطه سـوم $\pi_3(T)$ بـرای $T \geq M$ بـه شرح زیر برقرار است.

از آنجـــایی کـــه $\pi_1(N) = \pi_2(N)$ و $\pi_2(M) = \pi_3(M)$ ، $\pi(T)$ پیوسته است.

$$\pi_1(T) = \frac{2-r}{2T}\left[\left(e^{(\alpha+\theta)T} - e^{-rT}\right)A + \left(e^{-rT} - 1\right)B - k - c\left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right)\left(e^{(\alpha+\theta)T} - 1\right) \right] \quad (۱۴)$$

$$\pi_2(T) = \frac{2-r}{2T}\left[e^{(\alpha+\theta)T}\Big(E + F\big(1 + (N-T)(\alpha+\theta)\big)\Big) + e^{-rT}\Big(B - A + H\big(1 - (N-T)r\big)\Big) - e^{-rN}.\, H - e^{(\alpha+\theta)N}.\, F - B - k + c\left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right) \right] \quad (۱۵)$$

$$\pi_3(T) = \frac{2-r}{2T}\left[e^{(\alpha+\theta)T}E' + e^{-rT}(B' - A') + F\left(e^{(\alpha+\theta)M} - e^{(\alpha+\theta)N}\right) + e^{-rM}\left(H + cI_p \frac{D}{(\alpha+\theta)r}\right) - e^{-rN}H - B - k + c\left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right) \right] \quad (۱۶)$$

که عوامل متغیر موجود در تابع بالا به‌صورت زیر است.

$$F = s.\, I_e.\, \alpha\left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right).\frac{1}{\alpha+\theta+r}.\frac{1}{\alpha+\theta} \quad (۱۷)$$

$$H = s.\, I_e.\, \alpha\left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right)\left(\frac{1}{\alpha+\theta+r}\right)\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{D.\, \theta.\, s.\, I_e}{r^2(\alpha+\theta)} \quad (۱۸)$$

$$E' = \left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right)\frac{1}{\alpha+\theta+r}\left(s.\, \alpha - h - c(\alpha+\theta+r) - cI_p e^{-(\alpha+\theta+r)M}\right) \quad (۱۹)$$

$$A' = \left(\frac{D}{\alpha+\theta}\right)\frac{1}{\alpha+\theta+r}\left(s.\, \alpha - h - cI_p\right) \quad (۲۰)$$

$$B' = \frac{D}{(\alpha+\theta)r}\left(-s\theta - h - cI_p\right) \quad (۲۱)$$

۴- بهینه‌سازی مدل

هدف ما یافتن T^* برای ماکزیمم کردن $\pi(T)$ است .به این منظور ما ویژگی‌های هر یک از ضابطه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم . ویژگی‌هایی از قبیل اینکه توابع در چه فواصلی صعودی و در چه فواصلی نزولی‌اند . در نهایت با توجه به ویژگی‌های هر سه ضابطه ، T^* را می‌یابیم. در اینجا از بیان قضیه‌ها و روابط بسیار طولانی مربوطه صرف‌نظر کرده و تنها به ارائه نتایج، در قالب حل یک مثال بسنده خواهیم کرد:

مثال: اطلاعات زیر داده شده است: $D = 200$ واحد، $\alpha = 0.4$ ، $\theta = 0.1$ ، $k = 50$ ، $h = 3\$$ به ازای هر واحد در سال، $c = 5\$$ به ازای هر واحد، $s = 10\$$ به ازای هر واحد، $I_p = 0.15\,{}^{\$}/_{year}$ ، $I_e = 0.13\,{}^{\$}/_{year}$ ، $M = 0.5$ year ، $N = 0.3$ year ، $r = 0.1$.

حل: با توجه به داده‌های مسئله تابع سه ضابطه‌ای $\pi(T)$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\pi_1(T) = \frac{1.9}{2T}[-1264\, e^{0.5T} - 16840\, e^{-0.1T} + 18054]$$

$$\pi_2(T) = \frac{1.9}{2T}[-466.6705\, e^{0.5T} - 346.665\, Te^{0.5T} - 8433.34\, e^{-0.1T} + 886.67\, Te^{-0.1T} + 8837.95]$$

$$\pi_3(T) = \frac{1.9}{2T}[-1703.83\, e^{0.5T} - 19166.67\, e^{-0.1T} + 20824.35]$$

اکنون برای یافتن جواب بهینه به بررسی ویژگی‌های هر یک از ضابطه‌ها می‌پردازیم. برای این منظور ابتدا از $\pi_1(T)$ مشتق می‌گیریم:

$$\frac{d\,\pi_1(T)}{dT} = \frac{-1.9}{2T^2}[-1264\, e^{0.5T} + 632\, Te^{0.5T} - 16840\, e^{-0.1T} - 1684\, Te^{-0.1T} + 18054] = \frac{-1.9}{2T^2} f(T)$$

که در رابطه فوق $0 < T < N$.

برای بررسی ساده‌تر $\pi_1(T)$ به بررسی $f(T)$ می‌پردازیم.

$$\frac{d\,f(T)}{dT} = 316Te^{0.5T} + 168.4Te^{-0.1T}$$

برای $T \in (0, N)$، $\frac{d\,f(T)}{dT} > 0$. یعنی $f(T)$ افزایشی است. با توجه به مقادیر $f(0) = -50$ و $f(N) = -19.2968$، $f(T)$ همواره در این بازه منفی بوده، بنابراین $\pi_1(T)$ در بازه $(0, N)$ افزایشی است.

به همین ترتیب برای $\pi_2(T)$ و $\pi_3(T)$ نیز عمل می‌نماییم.

$$\frac{d\,\pi_2(T)}{dT} = \frac{-1.9}{2T^2}[-466.6705\, e^{0.5T} - 8433.34e^{-0.1T} + 8837.95 + 233.3352\, Te^{0.5T} + 173.3325T^2e^{0.5T} - 843.334\, T\, e^{-0.1T} + 88.667\, T^2e^{-0.1T}] = \frac{-1.9}{2T^2} g(T)$$

که در رابطه فوق $N < T < M$.

$$\frac{d\,g(T)}{dT} = 466.3326\, Te^{0.5T} + 86.67\, T^2e^{0.5T} + 261.67\, Te^{-0.1T} - 8.8667T^2e^{-0.1T}$$

برای $T \in (0.3,0.5)$ ، $\frac{d\,g(T)}{dT} > 0$. $g(T)$ در این بازه افزایشی است. با توجه به مقادیر $g(N) = -19.2968 < 0$ و $g(M) = 54.217 > 0$ ، معادله $g(T) = 0$ در بازه (N, M) ، ریشه منحصر به فرد T_2^0 را دارد.

$$g(T) = \begin{cases} < 0 & (N, T_2^0) \\ = 0 & T = T_2^0 \\ > 0 & (T_2^0, M) \end{cases} \rightarrow \frac{d\pi_2(T)}{dT} = \begin{cases} > 0 & (N, T_2^0) \\ = 0 & T = T_2^0 \\ < 0 & (T_2^0, M) \end{cases}$$

و اما بررسی $\pi_3(T)$:

$$\frac{d\,\pi_3(T)}{dT} = \frac{-1.9}{2T^2}[-1703.83\,e^{0.5T} + 851.915\,Te^{0.5T} - 19166.67\,e^{-0.1T} - 1916.667\,Te^{-0.1T} + 20824.35] = \frac{-1.9}{2T^2}z(T)$$

که در رابطه فوق $T > M$.

$$\frac{d\,z(T)}{dT} = 425.96\,Te^{0.5T} + 191.6667\,Te^{-0.1T}$$

بـــرای $T \in (M, +\infty)$ ، $\frac{d\,z(T)}{dT} > 0$. $z(T)$ افزایشـــی بوده و داریم:

$$\lim_{T\to+\infty} z(T) = +\infty$$

بنابراین در این بازه $z(T)$ همـواره مثبـت بـوده، بنـابراین $\pi_3(T)$ همواره کاهشی است.

نتیجه: $\pi_1(T)$ در بازه $(0, N)$ افزایشـی، $\pi_2(T)$ در بـازه (N, T_2^0) افزایشی و در بـازه (T_2^0, M) کاهشـی و $\pi_3(T)$ در بـازه $(M, +\infty)$ کاهشـی اسـت. بنـابراین $\pi(T)$ در بـازه $(0, T_2^0)$ افزایشی و در بازه $(T_2^0, +\infty)$ کاهشی است.

با توجه به توضیحات بالا، T_2^0 ریشه منحصر بـه فـرد تـابع پیوسته و مشتق‌پذیر $\pi(T)$ است.

$$T_2^0 = 0.3921$$
$$Q = 86.64$$
$$\pi(T) = \pi_2(T) = 809.96$$

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل کنترل موجودی ارائه شد که اقلام مورد مطالعه آن از نوع فاسد شدنی بوده و سیاست پرداخت معوقه به‌عنوان سیاست بازپرداخت در نظر گرفته شده است. در ضمن هزینه‌ها ثابت نبوده و تحت تأثیر نرخ بهره و تورم قرار دارند. با استفاده از روش NPW تابع سود ساخته شده است. برای یافتن جواب بهینه و اثبات یگانگی جواب تجزیه‌وتحلیل گسترده‌ای صورت گرفته است. مدل ارائه شده را می‌توان به وضعیت‌های عملی و واقعی‌تر هم‌چون مجاز بودن کمبود، غیر صفر بودن زمان تدارک، هم‌چنین ارائه تخفیف در برابر خرید بیشتر و غیره گسترش داد.

منابع

[1] Goyal, S.K; Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments, J. Oper. Res. Soc. 36, 335– 338, 1985.
[2] Chung, K.J; A theorem on the determination of economic order quantity under conditions of permissible delay in payments, Comput. Oper. Res. 25, 49–52, 1998.
[3] Aggarwal, S.P; Jaggi, C.K; Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments, J. Oper. Res. Soc. 46, 658–662, 1995.
[4] Jamal, A.M.M; Sarker, B.R; Wang, S; An ordering policy for deteriorating items with allowable shortages and permissible delay in payment, J. Oper. Res.Soc. 48, 826–833, 1997.
[5] Jamal, A.M.M; Sarker, B.R; Wang, S; Supply chain model for perishable products under inflation and permissible delay in payment, Comput. Oper. Res.27, 59–75, 2000.
[6] Chang, C.T.; An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity, Int. J. Prod. Econ. 88, 307–316, 2004.
[7] Chung, K.J; Huang, Y.F; The optimal cycle time for EPQ inventory model under permissible delay in payments, Int. J. Prod. Econ. 84, 307–318, 2003.
[8] Levin, R.I; Mclaughlin, C.P; Lamone, R.P; Kottas, J.F; Productions/Operations Management: Contemporary Policy for Managing Operating Systems, McGraw Hill, New York, 1972.
[9] Silver, E.A; Peterson, R; Decision Systems for Inventory Management and Production Planning, second ed., Wiley, New York, 1985.
[10] Liao, H.C; Tsai, C.H; Su, C.T; An inventory model with deteriorating items under inflation when a delay in payment is permissible, Int. J. Prod. Econ. 63, 207–214, 2000.
[11] Sana, S.S; Chaudhuri, K.S; A deterministic EOQ model with delays in payments and price-discount offers, Eur. J. Oper. Res. 184, 509–533, 2008.

[12] Soni, H; Shah, N.H; Optimal ordering policy for stock-dependent demand under progressive scheme, Eur. J. Oper. Res. 184, 91–100, 2008.

[13] Huang, Y.F; Optimal retailer’s ordering policies in the EOQ model under trade credit financing, J. Oper. Res. Soc. 54, 1011–1015, 2003.

[14] Huang, Y.F; An inventory model under two levels of trade credit and limited storage space derived without derivatives, Appl. Math. Model. 30, 418–436, 2006.

[15] Huang, Y.F; Optimal retailer’s replenishment decisions in the EPQ model under two levels of trade credit policy, Eur. J. Oper. Res. 176, 1577–1591, 2007.

[16] Urban,T.L; An extension of inventory models incorporating financing agreements with both suppliers and customers, Applied Mathematical Modelling 36, 6323–6330, 2012.

[17] Min,J; Zhou,Y; Zhao,J; An inventory model for deteriorating items under stock-dependent demand and two-level trade credit, Applied Mathematical Modelling 34, 3273–3285, 2010.

[18] Ghare, P.N; Schrader G.F; A model for exponentially decaying inventories, The Journal of Industrial Engineering, 238–243, 1963.