

سیاست مرور دائم در زنجیره عرضه با پارامترهای فازی

محسن نصیری^{۱*}

دانشگاه صنعتی شریف

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۲۸

چکیده

دنیای واقعی سرشار از عدم قطعیت است و نمی‌توان در مدل‌های سفارش‌دهی، پارامترهایی مانند تقاضا را به طور دقیق تعیین کرد؛ بنابراین استفاده از مقادیر قطعی و هم‌چنین روش‌های آماری بدلیل نبود اطلاعات کافی معقول به نظر نمی‌رسد. در این مقاله راهکاری برای استفاده از اعداد فازی برای تصمیم‌گیری مرتبط با سیاست مرور دائم موجودی در زنجیره عرضه ارائه شده است. زنجیره عرضه شامل دو بنگاه A و B است که بنگاه A تقاضای فازی مشتری را پاسخ می‌دهد و بر اساس سیاست کنترل موجودی اتخاذ شده، کالای موجود نیاز خود را از بنگاه B تأمین می‌کند. بنگاه B نیز با توجه به سیاست کنترل موجودی مربوطه، کالای خود را از یک تأمین‌کننده با ظرفیت بی‌نهایت تهیه می‌کند. در هر دو بنگاه، محدودیت فضای انبار برای موقعیت موجودی و کمبود به صورت پس‌افت در نظر گرفته شده است.

مهم‌ترین پارامتر فازی، تقاضای مشتری است که به بنگاه A داده می‌شود. تابع عضویت این پارامتر به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای است. در تابع هدف مسئله، تمرکز روی کنترل هزینه و ارضا کردن سطح خدمتی مشخص و از پیش تعیین شده برای هر دو بنگاه است. با توجه به شرایط فازی، مسئله با دو رویکرد متمرکز و غیرمتمرکز در زنجیره مدل شده و بعد از فازی زدایی، این دو رویکرد با مثال عددی مورد مقایسه قرار گرفته تا بر اساس جواب بهینه رویکرد برتر انتخاب شود.

واژه‌های کلیدی: زنجیره عرضه دو سطحی، تقاضای فازی، سیاست مرور دائم، رویکرد متمرکز، رویکرد غیرمتمرکز.

پارامترها در نظر گرفته شود. همین امر موجب برتری این نوع مدل‌ها نسبت به مدل‌های کلاسیک شده است. مفهوم فازی متفاوت از ماهیت تصادفی است. منطق فازی با حقایق نادقيق سروکار دارد و به حدود و درجات یک واقعیت اشاره می‌کند. حال آن‌که نظریه احتمالات بر پایه مجموعه حالات تصادفی یک پدیده استوار است و درباره شанс وقوع یک حالت خاص صحبت می‌کند؛ حالتی که وقتی اتفاق بیفت، دقیق فرض می‌شود. بدین ترتیب، از آنجایی که در نظر گرفتن پارامترهای مدل کنترل موجودی به صورت قطعی در دنیای واقعی آکنده از عدم قطعیت و ابهام، یک نقیصه است، این مقاله برای رفع چنین نقصی، مدل کنترل موجودی فازی را در زنجیره عرضه با سیاست مرور دائم ارائه می‌دهد.

۱- مقدمه

در سال ۱۹۱۵ ساده‌ترین مدل ریاضی، یعنی مدل انباشته ساده در مؤسسه وستینگ هاوس توسط فورد هاریس مطرح و نقطه شروعی برای مطالعات گسترده در زمینه کنترل موجودی شد، بهنحوی که مدل‌های احتمالی نیز توسعه یافت و امروزه نوبت به مدل‌های کنترل موجودی فازی رسیده است. در چند سال اخیر سعی شده تا با استفاده از نظریه فازی، مدل‌هایی ارائه شود که ماهیت غیرقطعی بودن

*- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: mhsn.nasiri@gmail.com، نشانی: تهران، خیابان آزادی، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی صنایع، کد پستی ۱۱۱۵۵ - ۱۱۳۶۵

مهمان، یدالله‌پور، دردشتی و حجازی (۲۰۰۹) مدل موجودی فازی را بر اساس مرور دوره‌ای در شبکه زنجیره عرضه ارائه داده‌اند. در این مدل، هر واحد تولید می‌تواند دارای چندین تأمین‌کننده خارجی و داخلی باشد، اما محصول خود را فقط به یک واحد تولید متوالی ارسال می‌کند. تقاضا و قابلیت اطمینان تأمین‌کنندگان غیرقطعی و بهصورت فازی است [۶].

با بررسی مطالعات و تحقیقات انجام شده در زمینه مدل‌سازی فازی کنترل موجودی، مشخص شد به بحث ارائه یک مدل تحلیلی برای زنجیره عرضه چند سطحی با پارامترهای فازی (مانند تقاضا در مدت زمان تحويل) بهصورت گسترده پرداخته نشده است، بنابراین در این مقاله مدل تحلیل برای سیستم سفارش‌دهی در زنجیره عرضه ارائه می‌شود.

۳- معرفی و مدل‌سازی مسئله

در زنجیره عرضه دو سطحی خطی در نظر گرفته شده، تقاضای فازی مشتری از بنگاه A تأمین می‌شود. بنگاه A نیز کالای مورد نیاز را از بنگاه B تأمین می‌کند که توسط یک تأمین‌کننده با ظرفیت بینهایت پشتیبانی می‌شود. سیاست کنترل موجودی هر دو بنگاه از نوع مرور دائم موجودی است. ابتدا هر بنگاه بهصورت مستقل (رویکرد غیرمتمرکز) بررسی و تابع هدف زنجیره فرموله می‌شود. سپس با نگاه متمرکز، تابع هدف ساخته می‌شود. برای مقایسه دو رویکرد، از مثال عددی استفاده شده و نتایج مربوطه تحلیل می‌شود.

۴- فرضیات مسئله

فرضیات مسئله به قرار زیر است:

- تقاضای مشتری که به بنگاه A می‌رسد، عدد فازی ذوزنقه‌ای با پارامترهای $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ است.
- هزینه فضا مربوط به هر واحد انبار در واحد زمان (H_1)، هزینه نگهداری یک واحد کالا در واحد زمان (H_2) و هزینه کمبود یک واحد کالا (Π) نیز بهصورت عدد فازی ذوزنقه‌ای فرض شده‌اند.

۵- مرور کارهای پیشین

کاروفسکی و اونس در سال ۱۹۸۶ سه علت مهم برای استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی در مدیریت موجودی بیان کردند [۱]:

- عدم دقت و نامعین بودن ذاتی که در مدل ذهنی مسئله مورد مطالعه تصمیم‌گیرنده وجود دارد.

- ممکن است اطلاعات مورد نیاز برای فرموله کردن تابع هدف، متغیر و پارامتر، نادقيق و یا با خطای غیرقابل چشم‌پوشی، همراه باشد.

- عدم دقت و نامعین بودن که نتیجه تفاوت معیارهای ذهنی افراد است، امکان تأثیرگذاری در کیفیت و کمیت اطلاعات قابل دسترس را دارد.

أشمینتا و دیجانی (۲۰۱۱) یک سیستم موجودی مرور دائم تصادف فازی را بررسی کرده‌اند. در این مدل، تقاضای سالانه مشتری بهطور یکنواخت با متغیر تصادف فازی پیوسته توزیع شده است. از طرفی دیگر نقطه سفارش مجدد، اندازه ایناشته تولید، هزینه‌های آماده‌سازی و احتمال «خارج از کنترل» برای فرآیند تولید، متغیرهای کنترل هستند. سرمایه‌گذاری برای کاهش زمان آماده‌سازی و بهبود کیفیت فرآیند، با یک هزینه کلی بیان شده است [۲].

ژیابین وانگ (۲۰۱۱) یک مدل موجودی مرور دائم با زمان تحويل متغیر در محیط تصادفی فازی را بررسی کرده است. هدف وی ایجاد مدل ریاضیاتی و پیشنهاد یک رویکرد حل برای مسائل موجودی نقطه سفارش در حالت پسافت و فروش از دست رفته در محیط تصادفی فازی است [۳].

ویجايان و کوماران (۲۰۰۹) مدل زمان سفارش اقتصادی فازی با تقاضای احتمالی را ارائه دادند. در این مدل دوره زمانی فروش که متغیر تصمیم در مدل‌های موجودی است، در شرایط فازی، ورود مشتری و تعداد مشتریان در دوره برنامه‌ریزی بهصورت احتمالی در نظر گرفته شده است [۴]. کاظمی، احسانی و جابر (۲۰۱۰) یک مدل موجودی پس افت با متغیرهای تصمیم و پارامترهای [وروودی] فازی را مدل کرده‌اند. اعداد فازی در نظر گرفته شده از نوع مثلثی و ذوزنقه‌ای است [۵].

در این حالت اگر $0 \leq \bar{D}_L \leq r$ ، آنگاه مقدار متوسط موجودی با مقدار $\frac{Q}{2}$ برابر است. این شرایط برای هر دو بنگاه A و B برقرار است. اگر مقدار تقاضا در مدت زمان تحویل بیشتر از نقطه سفارش باشد، کمبود رخ می‌دهد و مقدار آن برابر است با:

$$b = d_L - r; \quad d_L > r \quad (4)$$

از آنجایی که d_L فازی است، b نیز فازی خواهد بود که تابع عضویت آن بسته به اینکه r در چه بازه‌ای قرار داشته باشد تعیین می‌شود. از آنجایی که مقدار r می‌تواند در بازه $a_1 \leq r \leq a_2$ باشد، $a_1 \leq r \leq a_2$ تابع عضویت برای b نیز متفاوت است.

حالت اول: $a_1 \leq r \leq a_2$

$$b = d_L - r; \quad d_L > r \Rightarrow d_L = b + r; \quad d_L > r$$

با داشتن تابع عضویت \tilde{D}_{L_A} ، می‌توان تابع عضویت \tilde{B} را به دست آورد:

$$\mu_{\tilde{B}}(b) = \begin{cases} \frac{b+r-a_1}{a_2-a_1} & 0 \leq b \leq a_2 - r \\ 1 & a_2 - r \leq b \leq a_3 - r \\ \frac{a_4-b-r}{a_4-a_3} & a_3 - r \leq b \leq a_4 - r \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (5)$$

در این حالت، مقدار غیرفازی b را از آنجایی که تابعی از r است با $f(r)$ نمایش می‌دهند. با توجه به (5)، اگر مقدار r_A کوچک‌تر یا مساوی صفر گردد، مقدار $f(r)$ برابر صفر خواهد بود.

حالت دوم: $a_2 \leq r \leq a_3$

$$\mu_{\tilde{B}}(b) = \begin{cases} 1 & 0 \leq b \leq a_3 - r \\ \frac{a_4-b-r}{a_4-a_3} & a_3 - r \leq b \leq a_4 - r \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (6)$$

در این حالت مقدار غیر فازی b را با $g(r)$ نمایش

۳- ظرفیت انبارها (Q_0) در هر دو بنگاه عدد قطعی و محدود و بر اساس موقعیت موجودی است.

۴- بنگاه B در صورت امکان تمام تقاضا بنگاه A را پاسخ می‌دهد و گرنه کل تقاضا به صورت سفارش عقب افتاده در می‌آید.

۵- مقدار متوسط تقاضا در سال برای بنگاه A و B برابر

$$D_A = D_B = D$$

۲-۳- تابع هدف زنجیره

متغیرهای تصمیم‌گیری، r به عنوان «نقطه سفارش مجدد» و Q به عنوان «مقدار سفارش»، است که در مجموع، متغیرهای تصمیم‌گیری مسئله، Q_A ، Q_B ، r_A و r_B است. تقاضا مشتری فازی است؛ بنابراین تابع عضویت تقاضا در مدت زمان تحویل یعنی D_L ، چنین است:

$$\mu_{\tilde{D}_L} = \begin{cases} \frac{d_L - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq d_L \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq d_L \leq a_3 \\ \frac{a_4 - d_L}{a_4 - a_3} & a_3 \leq d_L \leq a_4 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (1)$$

از آنجایی که یافتن دقیق متوسط موجودی برای محاسبه هزینه نگهداری سیستم با توجه به فازی بودن تقاضا در مدت زمان تحویل پیچیده است، مقداری تقریبی برای آن ارائه می‌شود. مقدار تقریبی متوسط موجودی (Q, r) ، برابر است با:

$$\bar{I}(Q, r) = \frac{Q}{2} + r - def(\tilde{D}_L) \quad (2)$$

که در آن مقصود از def ، فازی زدایی به روش مرکز ثقل است:

$$\begin{aligned} def(\tilde{D}_L) &= \frac{I_1}{I_2} \\ &= \frac{a_4^2 + a_4 a_3 + a_3^2 - a_2^2 - a_2 a_1 - a_1^2}{3(a_4 + a_3 - a_2 - a_1)} = \bar{D}_L \end{aligned} \quad (3)$$

منظور از \bar{D}_L ، متوسط تقاضا در مدت زمان تحویل است.

متوسط هزینه سالانه برای بنگاه A، معادل است با:

$$\begin{aligned}
 K(Q_A, r_A) = & \frac{D_A}{Q_A} A_A + C_A D_A + \tilde{h}_{1A} \left[\frac{Q_A + r_A}{Q_{0A}} \right] \\
 & + \tilde{h}_{2A} \left(\frac{Q_A}{2} + r_A - \bar{D}_{L_A} \right) \\
 & + \frac{D_A}{Q_A} \tilde{\pi}_A f(r_A) x_1 \\
 & + \frac{D_A}{Q_A} \tilde{\pi}_A g(r_A) x_2 \\
 & + \frac{D_A}{Q_A} \tilde{\pi}_A h(r_A) x_3
 \end{aligned}$$

s.t:

$$a_1 x_1 \leq r \leq a_2 x_1 + M(1 - x_1)$$

$$a_2 x_2 \leq r \leq a_3 x_2 + M(1 - x_2)$$

$$a_3 x_3 \leq r \leq a_4 x_3 + M(1 - x_3)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_i = 0 \text{ or } 1; \quad i = 1, 2, 3$$

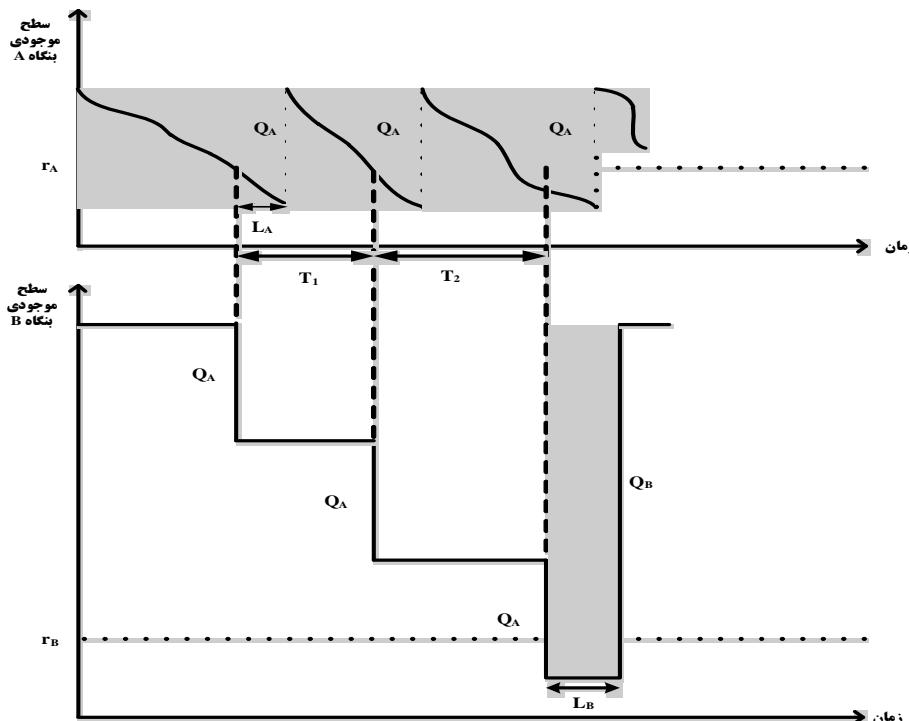
$$Q_A, r_A \geq 0$$

می‌دهند. بر اساس (۶)، اگر مقدار $r_A - a_3$ کوچک‌تر یا مساوی صفر شود، مقدار $g(r)$ برابر صفر است.

حالت سوم: $a_3 \leq r \leq a_4$:

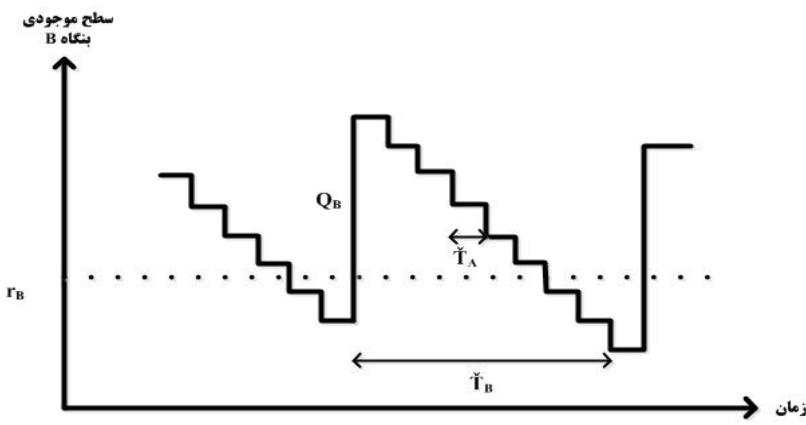
$$\Rightarrow \mu_B(b) = \frac{a_4 - b - r}{a_4 - a_3} \quad 0 \leq b \leq a_4 - r \quad (7)$$

در این حالت مقدار غیرفازی b را با $h(r)$ نمایش می‌دهند. با توجه به (7)، اگر مقدار $a_4 - r_A$ کوچک‌تر یا مساوی صفر شود، مقدار $h(r)$ برابر صفر است. هزینه کمبود در هر دوره برابر با $\pi_{def}(b)$ است. با توجه به این‌که سه مقدار برای $\pi_{def}(b)$ وجود دارد، برای آن‌که هر سه مقدار را درتابع هزینه وارد کنند، از متغیر دودویی $(i=1, 2, 3)$ استفاده می‌شود که فقط یکی از آن‌ها می‌تواند یک باشد. همچنین با استفاده از این متغیرهای دودویی و مفهوم M-بزرگ، بازه‌های مربوط به r را به صورت محدودیت، وارد مدل می‌کنند. بنابراین مقدار



شکل (۱): تغییرات سطح موجودی بنگاه A و بنگاه B

تابع هزینه بنگاه B، بسته به رویکرد متتمرکز یا غیرمتتمرکز، متفاوت خواهد بود.



شکل (۲): تغییرات سطح موجودی بنگاه B در حالت مرور دائم با رویکرد غیرمتتمرکز

به دلیل خطای غیرقابل چشمپوشی، از آن استفاده نمی‌شود و از روش دیگری استفاده می‌شود. از آنجایی که بیشترین مقدار سطح موجودی برابر با $Q_B + r_B - \bar{D}_{L_B}$ (پس از دریافت سفارش) و کمترین مقدار آن برابر با $r_B - \bar{D}_{L_B}$ (قبل از دریافت سفارش) است، پس به طور متوسط برای یک دوره در بنگاه B به مقدار Q_B مصرف می‌شود (شکل (۲)).

$$\begin{aligned}
 & \left((r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} - Q_A) \right. \\
 & \quad \left. + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} - 2Q_A) + \dots \right. \\
 & \quad \left. + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} \right. \\
 & \quad \left. - \left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| Q_A) \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = \left(\left(\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| + 1 \right) (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) \right. \\
 & \quad \left. - \left(1 + 2 + 3 + \dots \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| \right) Q_A \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = \left(\left(\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| + 1 \right) (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| \left(\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| + 1 \right)}{2} Q_A \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = \left(\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| + 1 \right) \left(r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right|}{2} Q_A \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \tag{9}
 \end{aligned}$$

تقاضای بنگاه B همان سفارشات بنگاه A و به مقدار ثابت Q_A است؛ بنابراین در فاصله‌های زمانی T_1, T_2, \dots مقدار ثابت و مشخص Q_A از بنگاه B تقاضا می‌شود و به همین مقدار از موجودی بنگاه B کاسته می‌شود (شکل (۱)). با توجه به فازی بودن تقاضای بنگاه A و ارائه سفارش به مقدار ثابت Q_A به بنگاه B، مدت زمان میان دو سفارش متوالی فاری خواهد بود و این امر باعث می‌شود که بافتن مقدار دقیق تابع هزینه نگهداری سخت باشد؛ بنابراین از فرض ساده کننده «برابری متوسط فاصله زمانی میان دو سفارش متوالی در تمام دوره‌های بنگاه A»، استفاده می‌شود و این مقدار مساوی را \bar{T}_A می‌نامند. همین فرض در مورد بنگاه B نیز به کار برده شده که مقدار ثابت مربوطه \bar{T}_B است.

از آنجایی که هزینه نگهداری در یک دوره، از ضرب متوسط هزینه نگهداری واحد کالا در واحد زمان در مساحت زیر منحنی موجودی در دست حاصل می‌شود و با فرض این‌که طول دوره کمیود نسبت به کل دوره برنامه‌بریزی کوتاه است، از تقریب مقدار موجودی خالص برای موجودی در دست استفاده می‌شود تا بتوان هزینه نگهداری را محاسبه کرد.

رویکرد غیرمتتمرکز در زنجیره

شکل (۲)، تغییرات سطح موجودی بنگاه B را نمایش می‌دهد. برای محاسبه هزینه نگهداری اگر چه می‌توان از تقریب حالت پیوسته برای حالت گسسته استفاده کرد، اما

با توجه به (۹) داریم:

$$\left(\left[\frac{Q_B}{Q_A}\right] + 1\right) \left(r_B + Q_B - \frac{L_B}{L_A Z} \right. \\ \left. - \frac{\left[\frac{Q_B}{Q_A}\right]}{2} Q_A \right) Q_A L_A Z \tilde{h}_{2B} \quad (13)$$

در مدت زمان L_B تعداد تقاضا به میزان $\frac{L_B}{\tilde{T}_A}$ بوده و از آنجایی که مقدار \tilde{T}_A فازی است، مقدار b_B فازی خواهد شد:

$$\tilde{T}_A = \frac{L_B Q_A}{b_B + r_B} \\ \mu_{\tilde{B}_B}(b_B) \\ = \begin{cases} \frac{Q_A L_A (b_B + r_B) - a_1 L_B Q_A}{L_B Q_A (a_2 - a_1)} & \frac{a_1 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_2 L_B}{L_A} - r_B \\ 1 & \frac{a_2 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \\ \frac{a_4 L_B Q_A - Q_A L_A (b_B + r_B)}{L_B Q_A (a_4 - a_3)} & \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} - r_B \end{cases} \quad (14)$$

بسته به اینکه r_B در کدام بازه $\left[\frac{a_1 L_B}{L_A}, \frac{a_2 L_B}{L_A}\right]$ قرار بگیرد، مقدار غیرفازی $\frac{a_3 L_B}{L_A}$ و $\frac{a_4 L_B}{L_A}$ کمبود متفاوت است.

$$\text{حالت اول: } \frac{a_1 L_B}{L_A} \leq r_B \leq \frac{a_2 L_B}{L_A}$$

$$\mu_{\tilde{B}_B}(b_B) \\ = \begin{cases} \frac{L_A (b_B + r_B) - a_1 L_B}{L_B (a_2 - a_1)} & 0 \leq b_B \leq \frac{a_2 L_B}{L_A} - r_B \\ 1 & \frac{a_2 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \\ \frac{a_4 L_B - L_A (b_B + r_B)}{L_B (a_4 - a_3)} & \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} - r_B \end{cases} \quad (15)$$

در این حالت مقدار غیرفازی b را که تابعی از r است با نمایش می‌دهند. با توجه به (۱۵)، اگر مقدار $m_D(r_B)$ کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، مقدار $\frac{a_2 L_B}{L_A} - r_B$

مقدار غیرفازی \tilde{T}_A به عنوان فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی در بنگاه A است. در بنگاه A، تقاضا در مدت زمان L_A برابر با \tilde{D}_{L_A} است و از آنجایی که در مدت زمان میان دو سفارش متوالی (T_A) مقدار Q_A مصرف می‌شود، می‌توان گفت که تعداد تقاضا در مدت زمان \tilde{T}_A برابر است با $\frac{L_A}{\tilde{D}_{L_A}}$ ؛ پس:

$$\tilde{T}_A = \frac{L_A}{\tilde{D}_{L_A}} Q_A \Rightarrow \tilde{D}_{L_A} = \frac{L_A}{\tilde{T}_A} Q_A \\ \mu_{\tilde{T}_A}(t_A) \\ = \begin{cases} \frac{a_4 t_A - Q_A L_A}{t_A (a_4 - a_3)} & \frac{Q_A L_A}{a_4} \leq t_A \leq \frac{Q_A L_A}{a_3} \\ 1 & \frac{Q_A L_A}{a_3} \leq t_A \leq \frac{Q_A L_A}{a_2} \\ \frac{Q_A L_A - a_1 t_A}{t_A (a_2 - a_1)} & \frac{Q_A L_A}{a_4} \leq t_A \leq \frac{Q_A L_A}{a_3} \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{T}_A = def(\tilde{T}_A) = \frac{I_1}{I_2} \\ = Q_A L_A \left(\frac{\frac{a_4 a_3 - a_2 a_1}{2 a_1 a_2 a_3 a_4}}{\underbrace{\ln\left(\frac{a_3}{a_4}\right)/a_4 - a_3 + \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)/a_2 - a_1}_z} \right) \\ = Q_A L_A Z \quad (11)$$

از آنجایی که در مدت زمان L_B به طور متوسط تعداد تقاضا $\frac{L_B}{\tilde{T}_A}$ خواهد بود؛ یعنی مقدار متوسط تقاضا در مدت زمان تحويل کالا به بنگاه B برابر است با:

$$\bar{D}_{L_B} = \frac{L_B}{\tilde{T}_A} Q_A = \frac{L_B}{Q_A L_A Z} Q_A = \frac{L_B}{L_A Z} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a_1 L_B}{L_A} y_1 &\leq r_B \leq \frac{a_2 L_B}{L_A} y_1 + M(1 - y_1) \\
 \frac{a_2 L_B}{L_A} y_2 &\leq r_B \leq \frac{a_3 L_B}{L_A} y_2 + M(1 - y_2) \\
 \frac{a_3 L_B}{L_A} y_3 &\leq r_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} y_3 + M(1 - y_3) \\
 y_1 + y_2 + y_3 &= 1 \\
 y_i &= 0 \text{ or } 1; \quad i = 1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{18}$$

تابع هدف مجموع هزینه‌های کنترل موجودی دو بنگاه خواهد بود. همان‌طور که می‌دانید سطح خطر به عنوان متمم سطح خدمت است؛ یعنی «احتمال این که در یک دوره با کمبود مواجه شویم». از آنجایی که «نسبت مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند به کل تقاضا در مدت زمان تحویل»، نیز همان مفهوم سطح خطر را دارد، از این تعریف برای یافتن سطح خطر و سطح خدمت بنگاه استفاده می‌شود. بر اساس متوسط تقاضا در مدت زمان تحویل برای بنگاه \bar{D}_{L_A} و همچنین مقدار متوسط کمبود $(\bar{D}_{L_A})A$ و $g(r_A), f(r_A)$ ، می‌توان سطح خدمت را برای بنگاه A به صورت زیر بیان کرد.

$$A = \begin{cases} 1 - \frac{f(r_A)}{\bar{D}_{L_A}}; & r_A \in [a_1, a_2] \\ 1 - \frac{g(r_A)}{\bar{D}_{L_A}}; & r_A \in [a_2, a_3] \\ 1 - \frac{h(r_A)}{\bar{D}_{L_A}}; & r_A \in [a_3, a_4] \end{cases} \tag{19}$$

r_A تنها می‌تواند در یکی از بازه‌ها قرار گیرد، با استفاده از همان متغیر دودویی x_i می‌توان یکی از روابط را برای سطح خدمت بنگاه A ، در نظر گرفت. حال با توجه به آن که مقدار سطح خدمت بنگاه A باید حداقل برابر با p_A باشد، محدودیت سطح خدمت به شرح زیر است:

$$\begin{aligned}
 \frac{a_2 L_B}{L_A} &\leq r_B \leq \frac{a_3 L_B}{L_A} \\
 \mu_{\tilde{B}_B}(b_B) &= \begin{cases} 1 & 0 \leq b_B \leq \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \\ \frac{a_4 L_B - L_A(b_B + r_B)}{L_B(a_4 - a_3)} & \frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B \leq b_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} - r_B \end{cases}
 \end{aligned} \tag{16}$$

مقدار غیرفازی b این حالت را با $n_D(r_B)$ نمایش می‌دهیم. با توجه به (16)، اگر مقدار $\frac{a_3 L_B}{L_A} - r_B$ کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، مقدار $n_D(r_B)$ برابر صفر است.

$$\begin{aligned}
 \frac{a_3 L_B}{L_A} &\leq r_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} \\
 \mu_{\tilde{B}_B}(b_B) &= \begin{cases} \frac{a_4 L_B - L_A(b_B + r_B)}{L_B(a_4 - a_3)} & 0 \leq b_B \leq \frac{a_4 L_B}{L_A} - r_B \end{cases}
 \end{aligned} \tag{17}$$

در این حالت مقدار غیرفازی b را با $o_D(r_B)$ نمایش می‌دهند. بر اساس (17)، اگر مقدار $\frac{a_4 L_B}{L_A} - r_B$ کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، مقدار $o_D(r_B)$ برابر صفر است. در نهایت، هزینه کنترل موجودی برای بنگاه B به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 K_D(Q_B, r_B) &= \frac{D_B A_B}{Q_B} + C_B D_B + \tilde{h}_{1B} \left[\frac{Q_B + r_B}{Q_{0B}} \right] \\
 &+ \frac{D_B}{Q_B} \left(\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right| + 1 \right) \left(r_B + Q_B - \frac{L_B}{L_A Z} \right. \\
 &\left. - \frac{\left| \frac{Q_B}{Q_A} \right|}{2} Q_A \right) Q_A L_A Z \tilde{h}_{2B} \\
 &+ \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B m_D(r_B) y_1 \\
 &+ \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B n_D(r_B) y_2 \\
 &+ \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B o_D(r_B) y_3
 \end{aligned}$$

s.t:

$$\begin{aligned}
 & ((r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} - Q_A) \\
 & \quad + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} - 2Q_A) + \dots \\
 & \quad + (r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} - J_1 Q_A)) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = (J_1 + 1)(r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) \\
 & \quad - (1 + 2 + 3 + \dots + J_1) Q_A \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = \left((J_1 + 1)(r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B}) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{J_1(J_1 + 1)}{2} Q_A \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = (J_1 + 1) \left(r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{J_1 Q_A}{2} \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = (J_1 + 1) \left(r_B + Q_B - \bar{D}_{L_B} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{Q_B}{2} \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B} \\
 & = (J_1 + 1) \left(r_B + \frac{Q_B}{2} - \bar{D}_{L_B} \right) \bar{T}_A \tilde{h}_{2B}
 \end{aligned} \tag{۲۴}$$

با جایگذاری مقدار \bar{T}_A بر اساس (۱۱)، هزینه نگهداری در هر دوره برابر است با:

$$(J_1 + 1) \left(r_B + \frac{Q_B}{2} - \frac{L_B}{L_A Z} \right) Q_A L_A Z \tilde{h}_{2B} \tag{۲۵}$$

بیان شد که در مدت زمان \tilde{T}_A تقاضایی به اندازه Q_A به بنگاه B داده می‌شود و در مدت زمان L_B تعداد تقاضاً به میزان $\frac{L_B}{\tilde{T}_A}$ خواهد بود. اگر این مقدار را f بنامید، خواهید داشت $d_{L_B} = f Q_A$. از آنجایی که مقدار \tilde{T}_A فازی بوده، مقدار f نیز فازی است و توابع عضویت آن به صورت زیر خواهد بود:

$$F = \frac{L_B}{\tilde{T}_A} \Rightarrow \tilde{T}_A = \frac{L_B}{F}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{f(r_A)}{\bar{D}_{L_A}} \right) x_1 + \left(1 - \frac{g(r_A)}{\bar{D}_{L_A}} \right) x_2 \\
 & \quad + \left(1 - \frac{h(r_A)}{\bar{D}_{L_A}} \right) x_3 \geq \rho_A
 \end{aligned} \tag{۲۰}$$

با همین استدلال می‌توان سطح خدمت بنگاه B را تعیین کرد:

$$\text{سطح خدمت بنگاه } B \\
 = \begin{cases} 1 - \frac{m_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}}; & r_B \epsilon [\frac{a_1 L_B}{L_A}, \frac{a_2 L_B}{L_A}] \\ 1 - \frac{n_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}}; & r_B \epsilon [\frac{a_2 L_B}{L_A}, \frac{a_3 L_B}{L_A}] \\ 1 - \frac{o_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}}; & r_B \epsilon [\frac{a_3 L_B}{L_A}, \frac{a_4 L_B}{L_A}] \end{cases} \tag{۲۱}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{m_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}} \right) y_1 + \left(1 - \frac{n_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}} \right) y_2 \\
 & \quad + \left(1 - \frac{o_D(r_B)}{\bar{D}_{L_B}} \right) y_3 \geq \rho_B
 \end{aligned} \tag{۲۲}$$

رویکرد متمرکز در زنجیره
از آنجایی که اگر موجودی بنگاه B کمتر از مقدار سفارش بنگاه A باشد، تمام مقدار سفارش (Q_A) به صورت پسافت می‌شود، نگهداشتن میزان موجودی کمتر از Q_A برای بنگاه B و همچنین برای کل زنجیره توجیه اقتصادی ندارد. پس:

$$Q_B = J_1 Q_A; r_B = J_2 Q_A; J_1, J_2 \in \mathbb{Z}^2 \tag{۲۳}$$

همانند رویکرد غیرمتمرکز برای محاسبه هزینه نگهداری طی یک دوره، هزینه نگهداری در یک دوره برای این حالت برابر است با:

با توجه به (۲۸)، اگر مقدار $\frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} - J_2$ کوچکتر یا مساوی صفر باشد، مقدار $m_C(Q_A, J_2)$ برابر صفر است.

$$\frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A}$$

حالت دوم:

$$\mu_S(s) = \begin{cases} 1 & 0 \leq s \leq \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \\ \frac{a_4 L_B - Q_A L_A(s + J_2)}{L_B(a_4 - a_1)} & \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \leq s \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \end{cases} \quad (۳۰)$$

مقدار غیرفازی S این حالت را $n_c(Q_A, J_2)$ می‌نامند.
مقدار غیرفازی b برابر است با:

$$def(b_B) = n_c(Q_A, J_2) Q_A \quad (۳۱)$$

با توجه به (۳۰)، اگر مقدار $J_2 - \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A}$ کوچکتر یا مساوی صفر باشد، مقدار $n_c(Q_A, J_2)$ برابر صفر است.

$$\frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A}$$

حالت سوم:

$$\mu_S(s) = \begin{cases} \frac{a_4 L_B - Q_A L_A(s + J_2)}{L_B(a_4 - a_1)}; & 0 \leq s \\ \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A} - J_2 & \end{cases} \quad (۳۲)$$

مقدار غیرفازی S را در این حالت $o_c(Q_A, J_2)$ می‌نامند و مقدار غیرفازی b برابر است با:

$$def(b_B) = o_c(Q_A, J_2) Q_A \quad (۳۳)$$

با توجه به (۳۲)، اگر مقدار $J_2 - \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A}$ کوچکتر یا مساوی صفر باشد، مقدار $o_c(Q_A, J_2)$ برابر صفر است.
همچنین با توجه به (۱۰) اگر $L_B < \frac{Q_A L_A}{a_4}$ باشد آنگاه:

$$r_B = 0 - 1$$

- مقادیر $o_c(Q_A, J_2)$ و $n_c(Q_A, J_2)$ می‌باشند.

$$\mu_{\tilde{f}}(f) = \begin{cases} \frac{Q_A L_A f - a_1 L_B}{L_B(a_2 - a_1)} & \frac{a_1 L_B}{Q_A L_A} \leq f \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} \\ 1 & \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} \leq f \leq \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} \\ \frac{a_4 L_B - Q_A L_A f}{L_B(a_4 - a_3)} & \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} \leq f \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A} \end{cases} \quad (۲۶)$$

بر اساس روابط $r_B = J_2 Q_A$ و $d_{L_B} = f Q_A$ می‌توان مقدار کمبود را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \{b_B = d_{L_B} - r_B; d_{L_B} \geq r_B\} &\Rightarrow \{b_B = (f - J_2) Q_A = s Q_A; f \geq J_2 Q_A\} \end{aligned} \quad (۲۷)$$

جایی که $s = f - J_2$ میزان کمبود خواهد بود. با توجه به این‌که S تابعی از f فازی است، خود نیز فازی بوده و تابع عضویت آن بسته به این‌که مقدار J_2 در کدام‌یک از بازه‌های $\frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A}$ ، $\frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_1 L_B}{Q_A L_A}$ ، $\frac{a_1 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A}$ قرار گیرد، متفاوت خواهد بود.

$$\frac{a_1 L_B}{Q_A L_A} \leq J_2 \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A}$$

حالت اول:

$$\{s = f - J_2; f > J_2\} \Rightarrow f = s + J_2; f > J_2$$

$$\mu_S(s) = \begin{cases} \frac{Q_A L_A(s + J_2) - a_1 L_B}{L_B(a_2 - a_1)} & 0 \leq s \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \\ 1 & \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \leq s \leq \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \\ \frac{a_4 L_B - Q_A L_A(s + J_2)}{L_B(a_4 - a_3)} & \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \leq s \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A} - J_2 \end{cases} \quad (۲۸)$$

مقدار غیرفازی S را که تابعی از Q_A و J_2 است، $m_c(Q_A, J_2)$ می‌نامیم و مقدار غیرفازی b بر اساس رابطه (۲۷) برابر است با:

$$def(b_B) = m_c(Q_A, J_2) Q_A \quad (۲۹)$$

برقرار است؛ اما برای سطح خدمت بنگاه B با توجه به \bar{D}_{L_B} حاصل شده از (۱۲) و توابع $m_C(Q_A, J_2)$ و $n_C(Q_A, J_2)$ برای متوسط کمبود، می‌توان چنین نوشت:

$$\text{سطح خدمت بنگاه } B = \begin{cases} 1 - \frac{m_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}; & J_2 \in [\frac{a_1 L_B}{Q_A L_A}, \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A}] \\ 1 - \frac{n_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}; & J_2 \in [\frac{a_2 L_B}{Q_A L_A}, \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A}] \\ 1 - \frac{o_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}; & J_2 \in [\frac{a_3 L_B}{Q_A L_A}, \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A}] \end{cases} \quad (35)$$

$$\left(1 - \frac{m_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}\right)y_1 + \left(1 - \frac{n_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}\right)y_2 + \left(1 - \frac{o_C(Q_A, J_2)}{\bar{D}_{L_B}}\right)y_3 \geq \rho_B \quad (36)$$

۴- حل مسئله و نتایج

مدل با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل شده و نتیجه حاصل از آن به ازای پارامترهای تعیین شده در جدول (۱) در جدول (۲) آمده است.

حال سطح خدمت بنگاه A را از ۵۰ درصد به ۷۰ درصد تغییر دهید. نتایج مربوطه به قرار جدول (۳) است.

است.

۳- مقدار متوسط موجودی در دست برای بنگاه B برابر $\frac{Q_B}{2}$ خواهد است با:

در نهایت متوسط هزینه سالانه برای بنگاه B معادل است با:

$$\begin{aligned} K_C(Q_B, r_B) = & \frac{D_B A_B}{Q_B} + C_B D_B + \tilde{h}_{1B} \left[\frac{Q_B + r_B}{Q_{0B}} \right] \\ & + \frac{D_B}{Q_B} (J_1 + 1) \left(r_B + \frac{Q_B}{2} - \frac{L_B}{Z L_A} \right) Q_A L_A Z \tilde{h}_{2B} \\ & + \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B m_C(Q_A, J_2) Q_A y_1 \\ & + \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B n_C(Q_A, J_2) Q_A y_2 \\ & + \frac{D_B}{Q_B} \tilde{\pi}_B o_C(Q_A, J_2) Q_A y_3 \end{aligned}$$

s.t:

$$\begin{aligned} \frac{a_1 L_B}{Q_A L_A} y_1 & \leq J_2 \leq \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} y_1 + M(1 - y_1) \\ \frac{a_2 L_B}{Q_A L_A} y_2 & \leq J_2 \leq \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} y_2 + M(1 - y_2) \\ \frac{a_3 L_B}{Q_A L_A} y_3 & \leq J_2 \leq \frac{a_4 L_B}{Q_A L_A} y_3 + M(1 - y_3) \\ y_1 + y_2 + y_3 & = 1 \\ y_i & = 0 \text{ or } 1; \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (34)$$

برای سطح خدمت بنگاه A در این حالت، (۲۰) همچنان

جدول (۱): مقادیر پارامترهای مسئله برای حل عددی

پارامترهای بنگاه B	پارامترهای بنگاه A
مقدار	مقدار
۱۰	A_B
(۲, ۴, ۶, ۸)	\tilde{h}_{1B}
(۱, ۳, ۴, ۶)	\tilde{h}_{2B}
(۱, ۴, ۵, ۸)	$\tilde{\pi}_B$
۰/۱ سال	L_B
۰/۷	ρ_B
۱۰	Q_{0B}
۳۰۰	D
	(۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰)
	D_L

جدول (۲): مقدار جواب بهینه برای مثال عددی اول

مقدار	رویکرد متمرکز	مقدار	رویکرد غیرمتمرکز
۱۳.۵۷۹	Q _A	۲۴.۴۹۵	Q _A
۶.۴۰۳	r _A	۱۰	r _A
۱۳.۵۷۹	Q _B	۲۴.۴۹۵	Q _B
.	r _B	۲۲.۹۶۶	r _B
۴۹۴.۵۱۴	K _C	۵۶۶.۳۷۴	K _D

جدول (۳): مقدار جواب بهینه برای مثال عددی دوم

مقدار	رویکرد متمرکز	مقدار	رویکرد غیرمتمرکز
۷.۵	Q _A	۴۱.۲۳۱	Q _A
۱۵	r _A	۱۵	r _A
۳۰	Q _B	۱۴.۰۴	Q _B
۷.۵	r _B	۳۵.۹۵۶	r _B
۵۹۲.۰۹۶	K _C	۷۱۴.۲۰۹	K _D

جدول (۴): مقدار جواب بهینه برای مثال عددی سوم

مقدار	رویکرد متمرکز	مقدار	رویکرد غیرمتمرکز
۹.۱۱۲	Q _A	۴۱.۲۳۱	Q _A
۹.۵۸۲	r _A	۱۵	r _A
۲۷.۳۳۶	Q _B	۳۵.۵۱۵	Q _B
.	r _B	۴۱.۲۳۱	r _B
۴۹۳.۶۴۷	K _C	۵۹۰.۹۱۹	K _D

۵- نتیجه‌گیری

از آنجایی که در بیشتر تحقیقات انجام شده برای کنترل موجودی در زنجیره عرضه با پارامترهای فازی، تجزیه و تحلیل‌ها به وسیله شبیه‌سازی و بعضًا با استفاده از مفاهیم شبکه عصبی بوده است؛ در این مقاله، برای سیستم سفارش‌دهی کنترل موجودی در زنجیره عرضه با پارامترهای فازی، مسئله‌ای تعریف شد تا به صورت تحلیلی مدل و حل شود. در این مسئله مدل شده، خطمشی کنترل موجودی از نوع مرور دائم است.

از مقادیرهای پارامترهای مثال دوم مقدار سطح خدمت بنگاه B را از ۷۰ درصد به ۸۰ درصد تغییر دهید. نتایج حاصل شده در جدول (۴) نشان داده شده است. با توجه به مثال‌های عددی مشاهده می‌شود که برای پارامترهای یکسان جواب بهینه رویکرد متمرکز بهتر از رویکرد غیرمتمرکز است.

برای مدل کردن مسئله، از نظریه فازی و عدد فازی ذوزنقه‌ای استفاده شد. سپس با در نظر گرفتن رویکرد متتمرکز و غیرمتتمرکز در زنجیره،تابع هدف تعیین و پس از حل با مثال عددی مشخص شد که جواب بهینه رویکرد متتمرکز نسبت به رویکرد غیرمتتمرکز، مطلوب‌تر است.

منابع

- [1] نعمتی، محمد؛ "سیستم‌های کنترل موجودی فازی"؛ پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۳۸۶.
- [2] Oshmita D., and Debjani C.; "A Fuzzy Random Continues Review Inventory System", Int. J. Production Economics 132, 101-106, 2011.
- [3] Xiaobin Wang; "Continuous Review Inventory Model with Variable Lead Time in a Fuzzy Random Environment", Expert Systems with Applications 38, 11715-11721, 2011.
- [4] Vijayan T., and Kumaran M.; "Fuzzy Economic Order Time Models with Random Demand", International Journal of Approximate Reasoning 50, 529-540, 2009.
- [5] Kazemi N., Ehsani E., and Jaber M.Y.; "An Inventory Model with Backorders with Fuzzy Parameters and Decision Variables", International Journal of Approximate Reasoning 51, 946-972, 2010.
- [6] Mahnam M., Yadollahpour M.R., Famil-Dardashti V., and Hejazi S.R.; "Supply Chain Modeling in Uncertain Environment with Bi-Objective Approach", Computer & Industrial Engineering 56, 1535-1544, 2009.