مسئله مکان‌یابی رقابتی تسهیلات در بازار با استفاده از خوشه‌بندی مشتریان

شهاب‌الدین یزدانی[1*]، محمدعلی فرقانی[2]، مسعود رشیدی‌نژاد[3]

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۹/۱۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۲۸

چکیده

با در نظر گرفتن رقابت در بازار، مکان‌یابی رقابتی تسهیلات به استقرار تسهیلات می‌پردازد و هر یک از تسهیلات برای کسب سهم قابل کسب بازار با تسهیلات موجود به رقابت می‌پردازند. سهم قابل کسب از بازار نسبت عکس با فاصله تسهیل از مشتری داشته و با میزان جذابیت تسهیل نسبت مستقیم دارد. جذابیت هر تسهیل به عوامل مختلفی ازجمله کیفیت و قیمت تسهیل بستگی دارد و هر یک از این عوامل دارای وزنی متفاوت برای مشتریان در مکان‌های متفاوت می‌باشد. در مدل ارائه‌شده در این تحقیق این مسئله را موردتوجه قرار داده و مشتریان به خوشه‌های متفاوت تقسیم‌بندی شده‌اند که در هر خوشه قیمت و کیفیت وزن‌های مختلفی دارند. در بررسی این مسئله در سه مرحله مدل ارائه و حل‌شده است. در مرحله اول میزان جذابیت تسهیل تعیین‌شده و در مرحله دوم مکان مناسب برای جایابی مشخص می‌شود. در مرحله سوم نیز میزان کیفیت و قیمت تسهیل جدید در مکان بهینه تعیین می‌گردد. در نهایت برای نشان دادن امکان‌پذیری روش‌های پیشنهادی مثال عددی ایجادشده و جواب با میزان درآمد و قیمت و کیفیت تسهیل جدید به‌دست‌آمده است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی رقابتی تسهیلات، تعادل نش، جذابیت متغیر تسهیل، خوشه‌بندی مشتریان.

۱- مقدمه

مسئله مکان‌یابی از دیرباز مورد توجه بشریت بوده و انسان‌ها در اندیشه تعیین محل قرار گرفتن تسهیلات برای دست‌یابی به اهداف موردنظر بوده‌اند. در بسیاری از مسائل مکان‌یابی تسهیلات نوعی انحصار در بازار در نظر گرفته می‌شود که فقط یک تسهیل نیازهای مشتریان را برآورده می‌سازد و آن تسهیل رقیبی برای ارائه تسهیلات ندارد. البته این فرض در دنیای واقعی اغلب برقرار نبوده و رقبایی در بازار وجود دارند. مکان‌یابی رقابتی تسهیلات به استقرار تسهیلات با در نظر گرفتن رقابت در بازار می‌پردازد. در این مسائل استدلال‌های هندسی با استدلال‌های تئوری بازی‌ها ترکیب می‌شوند تا مشخص شود چگونه رفتار تصمیم‌گیرندگان بر یکدیگر تأثیر می‌گذارد [۱]. مسئله مکان‌یابی چند تسهیلاتی رقابتی از جهات گوناگون به مسئله مکان‌یابی میانه و مرکز شباهت دارد. در مدل‌های میانه و مرکز، هدف کمینه کردن هزینه‌ها برای مشتریان است. در مسائل مکان‌یابی رقابتی، تسهیلات برای بیشینه‌سازی سهم بازار با یکدیگر به رقابت می‌پردازند. در مسائل مکان‌یابی مرکز و میانه هیچ تسهیلی از قبل در محیط وجود ندارد و تسهیلات موجود به‌صورت هم‌زمان وارد محیط می‌شوند. البته در حالت خاص این‌گونه مسائل می‌توان فرض کرد تسهیلاتی از قبل در محیط وجود دارد. در مسائل مکان‌یابی میانه و مرکز فرض شده است که مشتریان خدمات خود را از نزدیک‌ترین تسهیل برآورده می‌سازند. خواه این تسهیل از قبل موجود و یا جدید باشد.

۱*- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه شهید باهنر کرمان، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: shahabyazdani69@yahoo.com، نشانی: کرمان، دانشگاه شهید باهنر، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی صنایع، کد پستی:۷۶۱۸۸۶۸۳۶۶

۲- استادیار بخش مهندسی صنایع، دانشگاه شهید باهنر کرمان، پست‌الکترونیکی: forghani@mail.uk.ac.ir

۳- استاد بخش مهندسی برق، دانشگاه شهید باهنر کرمان، پست‌الکترونیکی: mrashidi@uk.ac.ir

هم‌چنین در بسیاری از مسائل مکان‌یابی رقابتی تسهیلات فرض می‌شود مشتری نزدیک‌ترین تسهیل را انتخاب کند [۲].

در اکثر مدل‌های مکان‌یابی سنتی، فرض بر این است که مشتریان از نزدیک‌ترین وسیله به خود استفاده می‌کنند، فرضی که در بیشتر مطالعات انجام‌شده بر مسئله مکان‌یابی رقابتی نیز مورد استفاده قرار گرفته است. تفاوت اصلی در نظر گرفته‌شده در مدل‌های مکان‌یابی رقابتی با مدل‌های مکان‌یابی سنتی در این است که انتخاب یک تسهیل توسط مشتریان علاوه بر فاصله بین تسهیل و مشتری به میزان جذابیت آن تسهیل برای مشتری نیز بستگی دارد.

اولین مطالعه در زمینه مکان‌یابی رقابتی تسهیلات توسط هاتلینگ[1] در سال ۱۹۲۹ انجام گرفت. او در مطالعه خود با فرض توزیع یکنواخت مشتریان بر یک خط به بررسی و تعیین مکان بهینه برای دو تسهیل (دو بستنی‌فروش) پرداخته است. در این مقاله، میزان جذابیت هر دو تسهیل برای مشتریان یکسان در نظر گرفته‌شده، لذا مشتریان تسهیلی را انتخاب می‌کنند که نزدیک‌ترین فاصله را به خود داشته باشند. درزنر[2] در سال۱۹۸۲ مکان‌یابی رقابتی برای یک تسهیل، هنگامی‌که یک رقیب وجود داشته باشد را روی صفحه ارائه کرد [۳]. حکیمی[3] در سال ۱۹۸۳ مکان‌یابی رقابتی روی شبکه را بیان نمود. او هم‌چنین در سال ۱۹۸۶ مکان‌یابی میانه‌روی شبکه و در سال ۱۹۹۰ مکان‌یابی رقابتی تسهیلات با استفاده از تعاملات مکانی روی شبکه را ارائه کرد. [۶،۵،۴].

هاف[4] در سال ۱۹۶۴ مدلی را ارائه کرد که بر اساس این فرض پایه‌ریزی شده بود که مشتری هر یک از تسهیلات را به‌صورت احتمالی انتخاب می‌کند و میزان این احتمال بستگی به مطلوبیت هر یک از این تسهیلات دارد. از آنجا که هاف مدل خود را برای تعیین تابع مطلوبیت برای مراکز خرید بیان کرده بود، بنابراین تابع مطلوبیت را بر اساس نسبت فاصله بین مراکز تا مشتریان و مساحت مراکز تعریف کرد. هاف فقط یک ویژگی (مساحت تسهیلات) را به‌عنوان عامل مؤثر در انتخاب تسهیلات در نظر گرفت [۷]. ناکانیشی[5] و کوپر[6] بر اساس مدل هاف، مدل MCI را ارائه کردند. آنها با در نظر گرفتن عوامل گوناگون تأثیرگذار بر میزان مطلوبیت، مدل اولیه هاف را توسعه داده‌اند [۸]. آچابال[7] و دیگران با استفاده از مدل MCI مسئله مکان‌یابی رقابتی را مدل و حل کردند. در این مطالعه مکان بهینه چند تسهیلات در یک محیط گسسته برای تعدادی تسهیل جدید در محیطی که از قبل تعدادی تسهیل وجود دارند، پرداخته‌شده است [۹] درزنر مکان‌یابی تک تسهیلاتی را با این فرض که مشتریان به‌صورت قطع تسهیلی را که جذابیت بیشتری دارد انتخاب می‌کنند مدنظر قرار داد [۱۰]. پلاسنریا[8] نیز با همین فرض علاوه بر تعیین مکان بهینه، به تعیین میزان جذابیت تسهیلات جدید پرداخته است [۱۱].

درزنر و درزنر دو مدل جداگانه را برای مسئله مکان‌یابی رقابتی بر مبنای مدل هاف در نظر گرفتند. در مدل اول مکان‌یابی باهدف کمینه‌سازی میزان مسافت طی شده توسط مشتریان انجام‌شده و در مدل دوم هدف ایجاد تعادل در بین ارائه خدمات توسط تسهیلات به‌گونه‌ای است که میزان انحراف تقاضاهای پوشش داده‌شده توسط تسهیلات کمینه شود [۱۲]. درزنر و درزنر با استفاده از یک توزیع نمایی احتمال عدم رغبت مشتریان به انتخاب تسهیلات را در مدل خود در نظر گرفته و مسئله مکان‌یابی رقابتی را با این فرض مدل کردند [۱۳].

ابولیان[9] و دیگران با این فرض که میزان جذابیت تسهیلات نیز می‌تواند جزو متغیرهای مسئله باشد، مدلی را توسعه دادند [۱۴] اونو[10] و همکارانش در مدل خود تقاضا را به‌صورت احتمالی در نظر گرفته و با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری جست‌وجوی ممنوعه مدل را حل کرده‌اند [۱۵]. برزنو ملنیکو[11] برای دو رقیب که یکی پیشرو و دیگری پیرو می‌باشد، مدل دوسطحی را ارائه کرده‌اند. مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی دارای دو سطح هستند. سطح اول را سطح بالایی یا پیشرو و سطح دوم را سطح پایینی یا پیرو می‌گویند. این بازی یک بازی ایستا یا پایدار می‌باشد، به این معنی که هر بازیکن فقط می‌تواند یک حرکت داشته باشد. ابتدا پیشرو حرکت می‌کند، این حرکت در جهت بهینه کردن تابع هدف خودش می‌باشد. سپس پیرو با مشاهده تصمیم پیشرو از خود واکنش نشان می‌دهد به‌طوری‌که باعث بهینه شدن تابع هدفش شود. در این تحقیق برزنو ملنیکو با استفاده از

1- Hotelling
2- Drezner
3- Hakimi
4- Huff
5- Nakanishi
6 - Cooper

7- Achabal
8- Plastria
9- Aboolian
10- Uno
11- Beresnev, Mel'nikov

الگوریتم جست‌وجوی محلی سعی در بهبود جواب داشته‌اند [۱۶]. کوکاکایدن[1] و همکارانش نیز با فرض اینکه رقبا در قبال استقرار تسهیلات جدید قادر به نشان دادن عکس‌العمل هستند مسئله را با استفاده از مدل دوسطحی مدل‌سازی کردند. آنها با استفاده از یک الگوریتم ترکیبی از جست‌وجوی ممنوعه و حل دقیق، مسئله را حل کرده‌اند [۱۷]. سال بعد کوکاکایدن و همکارانش برای همین مسئله روش ابتکاری را پیشنهاد دادند که ترکیبی از روش جست‌وجوی ممنوعه و روش‌های حل دقیق می‌باشد. در این تحقیق علاوه بر مکان‌یابی تسهیلات به تعیین میزان مطلوبیت تسهیلات پرداخته‌اند [۱۸]. در این سال سیدانی[2] و همکاران یک مدل‌سازی دومرحله‌ای را مدنظر قرار دادند. در این تحقیق با توجه به زیاد بودن هزینه جابه‌جایی تسهیلات، عکس‌العمل رقبای موجود فقط تغییر میزان جذابیت تسهیلات در نظر گرفته‌شده است. در مرحله اول با استفاده از تعادل نش و تقریب چندجمله‌ای میزان کیفیت هر یک از تسهیلات تعیین می‌شود. در مرحله دوم، رقیب تازه‌وارد با توجه به میزان کیفیت تسهیلات خود و رقبای موجود، مکان بهینه تسهیلات خود را مشخص می‌کند [۱۹].

در ادبیات موضوع، همه مشتریان رفتار مشابه‌ای در قبال تسهیلات داشته و همه عوامل در نظر گرفته‌شده (از قبیل کیفیت، قیمت و غیره) برای جذابیت تسهیلات دارای وزن یکسانی برای مشتریان مختلف می‌باشد. این در حالی است که در دنیای واقعی مشتریان با یکدیگر تفاوت داشته و هر یک از عوامل مختلف دارای وزن متفاوتی برای مشتریان مختلف می‌باشد. لذا در این مقاله، به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی رقابتی با در نظر گرفتن رفتار مشتریان و خوشه‌بندی آنها پرداخته می‌شود. این مدل به‌منظور بیشینه‌سازی سهم قابل کسب برای تسهیل جدید در بازار در یک محیط گسسته، با استفاده از یک مدل سه مرحله‌ای می‌پردازد. پس از تعیین مکان بهینه، با توجه به وزن عوامل و هزینه افزایش یک واحد از عوامل، اندازه دقیق عوامل به‌دست می‌آید.

۲- مدل‌سازی مسئله

شرکت‌های خرده‌فروشی می‌خواهند مکان بهینه تسهیل جدید را در یک محیط، با در نظر گرفتن موقعیت مشتریان و تسهیلات خرده‌فروشی دیگر فراهم کنند. مشتریان با نقاط تقاضا نشان داده می‌شوند و هر نقطه تقاضا به نمایندگی از مشتریان در یک منطقه کوچک می‌باشد. هر نقطه تقاضا قدرت خریدی دارد که نشان‌دهنده متوسط پتانسیل خرید همه مشتریان اختصاص‌یافته به آن منطقه است [۱۹]. با توجه به مدل هاف رفتار مشتریان به‌صورت احتمالی در نظر گرفته‌شده و میزان قدرت خرید مشتریان بین تسهیلات مختلف با توجه به جذابیت تسهیلات به‌صورت احتمالی تقسیم می‌شود. عوامل مختلفی بر جذابیت تسهیلات ازجمله: کیفیت تسهیلات و قیمت ارائه‌شده تسهیلات تأثیر دارد. هر یک از این عوامل برای مشتریان در مناطق مختلف دارای اهمیت متفاوتی می‌باشد. لذا با توجه به میزان وزن هر عامل، مشتریان در محیط خوشه‌بندی می‌شوند.

در این مقاله، هدف مدل ارائه‌شده یافتن مکان بهینه برای تسهیلات جدید و هم‌چنین میزان جذابیت بهینه (اندازه قیمت و کیفیت) برای تسهیلات جدید و موجود در محیط است، به‌گونه‌ای که سهم قابل کسب از بازار تسهیلات جدید بهینه شود. برای مدل‌سازی مسئله از مفروضات زیر استفاده شده است:

- برای استقرار تسهیلات جدید یک سری نقاط کاندید در محیط برای مکان‌یابی در نظر گرفته می‌شود.
- برای استقرار تسهیلات جدید باید هزینه اولیه‌ای متناسب با مکان و حداکثر میزان جذابیت تسهیل در نظر گرفته شود.
- با توجه به میزان اوزان معیارهای تأثیرگذار بر جذابیت تسهیلات، مشتریان به خوشه‌های مختلف تقسیم می‌شوند.
- از آنجا که میزان هزینه‌های مادی و زمانی جابه‌جایی مشتریان تا تسهیلات زیاد است، فرض شده هر مشتری نیاز خود را از خوشه واقع در آن تأمین کند.
- در هر خوشه فقط یک رقیب وجود دارد.

در مسئله موردمطالعه تعداد j $(j=1,2,...,n)$، نقطه تقاضا در محیط وجود دارد و تعدادk $(k=1,2,...,r)$، خوشه در محیط رقابتی استقرار دارند و هدف استقرار تسهیلات جدید از بینi $(i=1,2,...,m)$، نقطه کاندید

1- Küçükaydnl
2- Saidani

است. پارامترها و متغیرهای تصمیم در این مدل به‌صورت زیر می‌باشند:

h_j : متوسط میزان قدرت خرید در نقطه j

c_i: هزینه افزایش یک واحد جذابیت تسهیل در نقطه کاندید i

u_i : بیش‌ترین میزان جذابیت برای تسهیل در نقطه کاندید i

f_i : هزینه اولیه برای استقرار تسهیل در نقطه کاندید i

d_{ij} : فاصله اقلیدسی بین تسهیل در نقطه کاندید i و نقطه تقاضای j

d_{kj} : فاصله اقلیدسی بین تسهیل موجود در محیط در خوشه k و نقطه تقاضای j

$\widetilde{A_K}$: جذابیت فعلی تسهیل موجود در محیط در خوشه k

$\overline{A}_k$: بیش‌ترین میزان جذابیت برای تسهیل موجود در محیط در خوشه k

c_k: هزینه یک واحد افزایش جذابیت تسهیل محیط در خوشه k

q'_k: هزینه یک واحد افزایش کیفیت تسهیل واقع در خوشه k

p'_k: هزینه یک واحد کاهش قیمت تسهیل واقع در خوشه k

q_i: میزان کیفیت تسهیل در نقطه کاندید i

p_i: میزان قیمت تسهیل در نقطه کاندید i

w_1, w_2 : وزن کیفیت و قیمت تسهیلات ارائه‌شده

Q_i : میزان جذابیت تسهیلی که در نقطه کاندید i استقرار داده می‌شود.

X_i: متغیر صفر و یک که مقدار یک رازمانی می‌گیرد که نقطه کاندید i برای استقرار انتخاب شود.

A_k: میزان جذابیت جدید تسهیل موجود در محیط در خوشه k

در این تحقیق، میزان جذابیت تسهیلات به دو عامل اصلی یعنی قیمت تمام‌شده تسهیلات برای مشتریان و کیفیت تسهیلات ارائه‌شده بستگی دارد. هر یک از این عوامل برای مشتریان در نقاط مختلف دارای اهمیت وزن متفاوتی است. با افزایش کیفیت و کاهش قیمت، میزان جذابیت تسهیل افزایش پیدا می‌کند. لذا با توجه به اینکه تسهیل در کدام خوشه قرار دارد و در آن خوشه میزان اهمیت وزن کیفیت و قیمت (w_1, w_2) چه مقدار است، هزینه افزایش یک واحد جذابیت به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$c_k = (w_1 * q'_k) + (w_2 * p'_k) \qquad (۱)$$

هم‌چنین میزان جذابیت هر یک از تسهیلات به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q_i = (w_1 * q_i) + (w_2 * p_i) \qquad (۲)$$

۲-۱- مدل سهم بازار

بر اساس مدل گرانشی هاف، میزان مطلوبیت تسهیلی که در نقطه کاندید i مشغول به‌کار می‌شود برای نقطه تقاضای j برابر است با Q_i/d_{ij} و هم‌چنین مطلوبیت تسهیل موجود برای نقطه تقاضای j و خوشه k با A_k/d_{kj} برابر است. در نتیجه نسبتی که مشتری j تسهیل جدید i را انتخاب کند (P_{ij}) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{ij} = \frac{(Q_i/d_{ij})}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}) + \sum_{k=1}^{r}(A_k/d_{kj})} \qquad (۳)$$

در این‌صورت مجموع سهم قابل کسب از بازار تسهیلات جدید به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_j P_{ij} = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij})}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}) + \sum_{k=1}^{r}(A_k/d_{kj})} \qquad (۴)$$

به‌صورت مشابه سهم قابل کسب از بازار تسهیل موجود در خوشه k به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\sum_{j=1}^{n} h_j \frac{(A_k/d_{kj})}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}) + (A_k/d_{kj})} \qquad (۵)$$

۲-۲ مسئله مکان‌یابی

هدف تسهیلات جدید، جایابی تسهیل خود در مکان مناسب و جذابیت بیشینه است، به‌طوری‌که سهم قابل کسب ماکزیمم شود. هم‌چنین تسهیلات موجود در پی بیشینه کردن سهم قابل کسب خود هستند. از آنجا که هزینه تغییر مکان برای تسهیلات موجود بسیار است، لذا در این بررسی فرض شده تسهیلات موجود فقط قابلیت تغییر جذابیت خود را دارا هستند.

با توجه به مطالب بیان‌شده تابع هدف تسهیل جدید برابر است با:

$$\pi_i(X,Q_i,A_k)=\sum_{j=1}^{n}h_j\frac{(Q_i/d_{ij})}{(Q_i/d_{ij})+(A_k/\tilde{d}_{kj})}-c_iQ_i-f_iX_i \qquad (۶)$$

$$\text{s.t.}\quad Q_i\le X_i u_i \qquad i=1,2,...,m, \qquad (۷)$$

$$Q_i\ge 0 \qquad i=1,2,...,m, \qquad (۸)$$

$$X_i\in\{0,1\} \qquad i=1,2,...,m\ , \qquad (۹)$$

تابع هدف تسهیل جدید از سه قسمت تشکیل‌شده است. قسمت اول نشان‌دهنده درآمد تسهیل جدید، قسمت دوم نشان‌دهنده هزینه متغیر و قسمت سوم نشان‌دهنده هزینه ثابت برای تسهیل جدید، درصورتی‌که مکان i را انتخاب کند، می‌باشد. عبارت (۷) و (۸) نشان‌دهنده مقدار جذابیت تسهیل جدید شامل حد پایین و بالا می‌باشد. عبارت (۹) نیز نشان می‌دهد که X متغیری از صفر و یک می‌باشد که مقدار یک را زمانی می‌گیرد که نقطه کاندید i برای استقرار انتخاب شود.

هم‌چنین تابع هدف تسهیل موجود در خوشه k برابر است با:

(۱۰)

$$\pi_k(X,Q_i,A_k)=\sum_{j=1}^{n}h_j\frac{(A_k/\tilde{d}_{kj})}{(Q_i/d_{ij})+(A_k/\tilde{d}_{kj})}-\tilde{c}_k(A_k-A_k)$$

$$A_k\le\overline{A_k} \qquad k=1,2,...,r, \qquad (۱۱)$$

$$A_k\ge 0 \qquad k=1,2,...,r, \qquad (۱۲)$$

۳- روش سه مرحله‌ای

در این مقاله، از روش سه مرحله‌ای برای مسئله مکان‌یابی رقابتی تسهیلات و تعیین میزان قیمت و کیفیت تسهیلات استفاده شده است. از آنجا که هزینه تغییر مکان برای تسهیلات موجود زیاد می‌باشد، در این بررسی فرض شده که تسهیلات موجود فقط قادر به تغییر میزان جذابیت بوده و مکان آنها ثابت فرض شده است. هر یک از تسهیلات (موجود یا جدید) به دنبال حداکثرسازی سهم بازار و درآمد خود هستند. مراحل مدل سه مرحله‌ای در این قسمت توضیح داده می‌شود.

۳-۱- مرحله تعیین میزان جذابیت

در این مرحله فرض می‌شود مکان تسهیلات جدید یکی از نقاط کاندید می‌باشد و با فرض ثابت بودن مکان تسهیل جدید و تسهیل موجود در آن خوشه، دو تسهیل با تعیین میزان جذابیت تسهیلات خود با یکدیگر به رقابت می‌پردازند و به دنبال بیشینه‌سازی سهم قابل کسب خود می‌باشند.

۳-۲- مرحله تعیین مکان بهینه

بعد از آنکه برای همه مکان‌های کاندید میزان جذابیت بهینه تسهیلات با در نظر گرفتن تسهیل موجود به‌دست آمد، در این مرحله مکانی را که شامل بیش‌ترین سود برای تسهیل جدید است، انتخاب می‌کنیم. شایان‌ذکر است برای استقرار تسهیلات جدید باید هزینه اولیه‌ای متناسب با مکان و حداکثر میزان جذابیت تسهیل در نظر گرفته شود.

۳-۳- مرحله تعیین میزان کیفیت و قیمت

در این مرحله، با توجه به حداقل و حداکثر میزان قیمت و کیفیت و هزینه یک واحد افزایش آنها و هم‌چنین میزان جذابیت به‌دست‌آمده از دو مرحله قبل، اندازه کیفیت و قیمت به‌دست می‌آید.

۴-تعادل جذابیت

بعد از انتخاب یک مکان کاندید برای جایابی تسهیل جدید، مابین تسهیل جدید و تسهیل موجود در آن خوشه برای کسب سهم بازار رقابت به وجود می‌آید و هر یک از تسهیلات با تغییر میزان جذابیت تسهیلات برای به دسترسی به مشتریان آن خوشه و در نتیجه برای کسب سود برای خود رقابت می‌کنند. این رقابت بین تسهیلات یک بازی غیرتعاملی محسوب می‌شود. در این تحقیق، برای تعیین جذابیت بهینه از تعادل نش استفاده‌شده است. در یک محیط غیرتعاملی رقابتی هر یک از تصمیمات میزان جذابیت تسهیلات، بهترین پاسخ به تصمیم میزان جذابیت تسهیلات دیگر می‌باشد. خروجی حاصل از تعادل نش، حالت پایداری است که اگر بازیکنان بر اساس تعادل نش رفتار کنند، هیچ‌گونه انگیزه‌ای برای انحراف و انتخاب معیارهای دیگر ندارند.

قضیه ۱: در یک بازی برای هر بازیکن، اگر دارای فضای استراتژی محدود و محدب باشد و تابع درآمد آن پیوسته و شبه مقعر باشد، آنگاه حداقل یک استراتژی ناب تعادل نش در بازی وجود دارد [Debreu ارجاع شده توسط ۲۰].

از آنجا که میزان جذابیت تسهیلات حداقل صفر و حداکثر مقدار آن معلوم بوده، لذا فضای استراتژی هر بازیکن محدود و محدب می‌باشد. هم‌چنین تابع درآمد برای تسهیل

جدید و موجود (π_1,π_0) به‌صورت پیوسته و شبه مقعر بوده، لذا حداقل یک تعادل نش برای مسئله مکان‌یابی این بررسی وجود دارد.

بر اساس تعادل نش مشتق جزئی تابع درآمد تسهیلات باید برابر صفر باشد:

برای نقطه کاندید انتخاب‌شده واقع در خوشه k:

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial Q_0} = 0 \qquad (۱۳)$$

برای تسهیل موجود در خوشه k:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial A_1} = 0 \qquad (۱۴)$$

تابع درآمد برای تسهیل جدید با در نظر گرفتن یکی از نقاط کاندید به‌عنوان مکان تسهیل جدید به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\pi_0(X, Q_0, A_1) = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{(Q_0 / d_{0j})}{(Q_0 / d_{0j}) + (A_1 / \tilde{d}_{1j})} - c_0 Q_0 - f_0 \qquad (۱۵)$$

برای تسهیل موجود در آن خوشه نیز تابع درآمد به شکل زیر می‌باشد:

$$\pi_1(X, Q_0, A_1) = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{(A_1 / \tilde{d}_{1j})}{(Q_0 / d_{0j}) + (A_1 / \tilde{d}_{1j})} - c_1(A_k - A_k) \qquad (۱۶)$$

اگر فرض کنیم مقدار $c_0=c_1$ باشد، مقدار بهینه جذابیت برای دو تسهیل با استفاده از تعادل نش به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

(۱۷)

$$Q_0^* = A_1^* = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{d_{0j}^2 * d_{1j}^2}{(d_{0j} + d_{1j})^2}$$

۵- جایابی تسهیلات جدید

بعد از آنکه جایابی فرضی در هر یک از مکان‌های کاندید انجام شد، رقابت بین تسهیل جدید و تسهیل موجود در آن خوشه برای کسب سهم بازار انجام می‌گیرد و با استفاده از تعادل نش مقادیر بهینه برای جذابیت تسهیلات حاصل می‌شود. در این مرحله از بین مکان‌های کاندید مکانی را که حداکثر سهم قابل کسب را برای شرکت به ارمغان می‌آورد، به‌عنوان مکان بهینه برای شرکت انتخاب‌شده و جایابی تسهیل جدید انجام می‌شود. میزان سهم قابل کسب برای مکان i به‌صورت زیر است:

$$\pi_0 = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{(Q_i / d_{ij})}{(Q_i / d_{ij}) + (A_k / \tilde{d}_{kj})} - c_i Q_i - f_i \qquad (۱۸)$$

$$\text{s.t.} \quad Q_i \le u_i \qquad (۱۹)$$

$$Q_i \ge 0 \qquad (۲۰)$$

$$A_k \ge 0 \qquad (۲۱)$$

$$A_k \le \overline{A_k} \qquad (۲۲)$$

۶- اندازه کیفیت و قیمت

در دو مرحله قبل میزان جذابیت و درآمد هر یک از نقاط کاندید به‌دست می‌آید. در این مرحله نیز اندازه کیفیت و قیمت تسهیل در نقطه کاندید بهینه را با استفاده از تابع هدف زیر حاصل می‌شود:

$$\min_{q_i, p_i} (q'_k * q_i) + (p'_k * p_i) \qquad (۲۳)$$

$$s.t: (w_1 * q_i) + (w_2 * p_i) = Q^*_i \qquad (۲۴)$$

$$p_{\min} < p_i < p_{\max} \qquad (۲۵)$$

$$q_{\min} < q_i < q_{\max} \qquad (۲۶)$$

تابع هدف (۲۳) بیانگر این است که ترکیبی از قیمت و کیفیت با کم‌ترین هزینه برای ایجاد آن، هدف مدل می‌باشد. محدودیت (۲۴) نشانگر این است که میزان جذابیت تسهیل باید برابر میزان Q^*_i که در دو مرحله قبل به‌دست‌آمده، باشد. محدودیت‌های (۲۵) و (۲۶) نیز حداقل و حداکثر میزان قیمت و کیفیت تسهیل را نشان می‌دهد.

۷- مثال عددی

محیط رقابتی را در نظر بگیرید که دارای شش نقطه تقاضا ($j=1,\ldots,6$) است. در این محیط شرکتی قصد دارد از بین ۵ نقطه کاندید ($i=1,\ldots,5$) یکی را به‌عنوان مکان تسهیل خود برای دست‌یابی به بیشینه سهم بازار انتخاب و

میزان قیمت و کیفیت تسهیل را نیز مشخص کند. این محیط با توجه به رفتار مشتریان به چهار خوشه تقسیم‌شده (k=1,…,4) و در هر خوشه یک شرکت رقیب وجود دارد، محل استقرار تسهیلات موجود، نقاط تقاضا و نقاط کاندید در شکل (۱) مشخص‌شده است. سایر اطلاعات مورد نیاز به شرح زیر می‌باشد:

h= (۶۲۰۰،۴۵۰۰،۵۴۰۰،۶۸۰۰،۵۸۰۰،۵۶۰۰)

p'= (۲،۴،۵،۵،۵،۵) q'=(۵،۶،۳،۳،۵)

u=(۸۰۰،۷۵۰،۸۵۰،۶۶۰،۷۵۵)

f= (۸۰۰،۱۲۰۰،۱۶۰۰،۱۱۰۰،۱۰۰۰) p_{max} =2200

p_{min} =200

q_{max} =1800 q_{min} =300

مطابق روش حل ارائه‌شده مقادیر زیر محاسبه می‌شوند:

Q=(263،۳۴۸،۴۳۸،۴۰۴،۴۸۷)

π_0 = (263،۷۰۰،۱۳۶۰،۶۰۰،۴۹۴)

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده نقطه کاندید سوم با مختصات (۳۰،۸۰) و میزان درآمد ۱۳۶۰ بیش‌ترین درآمد را داشته و بهترین مکان برای جایابی تسهیل می‌باشد و با استفاده از مرحله سوم مدل داریم:

$$\min_{q_3,p_3}(6*q_3)+(4.5*p_3) \quad (۲۷)$$

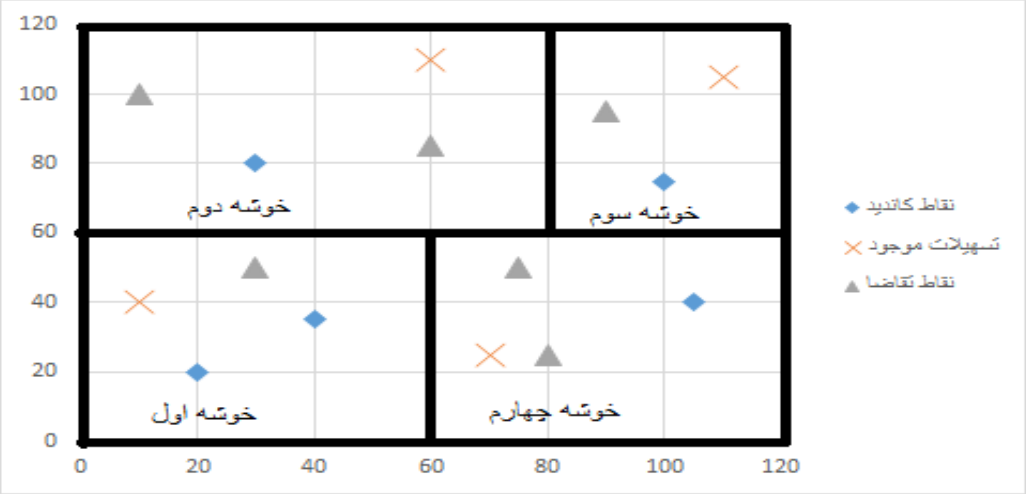
$$s.t:(0.6*q_3)+(0.4*p_3)=1360 \quad (۲۸)$$

$$200<p_3<2200 \quad (۲۹)$$

$$300<q_3<1800 \quad (۳۰)$$

مقادیر زیر با استفاده از حل تابع هدف بالا به‌دست می‌آید:

p_3=۲۲۰۰ q_3 =800



شکل (۱): مختصات نقاط مربوط به مثال عددی

وزن کیفیت و قیمت در خوشه‌های شکل (۱) به‌صورت زیر در جدول (۱) می‌باشد:

جدول (۱) وزن کیفیت و قیمت

	خوشه اول	خوشه دوم	خوشه سوم	خوشه چهارم
وزن کیفیت	۰،۸	۰،۶	۰،۴	۰،۲
وزن قیمت	۰،۲	۰،۴	۰،۶	۰،۸

۸- نتیجه‌گیری

در ادبیات موضوع رفتار مشتریان و میزان اهمیتی که آنها برای عوامل تأثیرگذار بر جذابیت دارند، یکسان فرض شده است. این در حالی است که در دنیای واقعی مشتریان در مکان‌های مختلف برای عوامل مختلف اوزان متفاوتی را قائل هستند. هدف اصلی این مقاله این است که مدلی را با استفاده از خوشه‌بندی مشتریان ارائه کرده که به دنیای واقعی نزدیک‌تر باشد و ضمن گنجاندن عوامل محیطی بیشتر در مدل بتوان به روش مفیدی برای مسئله مکان‌یابی رقابتی تسهیلات دسترسی داشت تا از این طریق بتوان مقدار قیمت و کیفیت تسهیلات جدید را تعیین کرد. در این مدل با استفاده از مفاهیم مدل هاف و تعادل نش، یک روش سه مرحله‌ای ارائه شده است. در مرحله اول این مدل میزان جذابیت تسهیل در مکان‌های کاندید به‌دست می‌آید و در مرحله دوم نیز مکانی را که بیش‌ترین درآمد را داشته، به‌عنوان مکان مناسب برای جایابی انتخاب شده است. در مرحله سوم این مدل نیز مقدار قیمت و کیفیت کالا در مکان بهینه حاصل شد. این مدل می‌تواند برای مسائل مختلف مورداستفاده قرار گیرد و جوابی نزدیک به واقعیت را کسب کند.

۹- منابع

[1] Ahn, H. K. ***"Competitive facility location: The Voronoi game".*** Theoretical Computer Science, 310, p 457-467,2004.

[2] Drezner, T., Z. Drezner, and S. Salhi. ***"Solving the multiple competitive facilities location problem"***. European Journal of Operational Research,142(1): p. 138-151,2002.

[3] Drezner, T. ***"Competitive location strategies for two facilities"***. Reg Sci Urban Econ,1982.

[4] Hakimi, S.L. ***"On locating new facilities in a competitive environment"***. European Journal of Operational Research,12, p 29-35,1983.

[5] Hakimi, S.L. ***"p-Median theorems for competitive location"***. Annals of Operations Research,5, p 79–88,1986.

[6] Hakimi, S.L. ***"Locations with spatial interactions: Competitive locations and games"***. Francis, R.L., Mirchandani, p 439–478,1990.

[7] Huff, D.L. ***"Defining and estimating a trade area"***. Journal of Marketing Research,. 28: p. 34-38,1964.

[8] Nakanishi, M.C., L.G. ***"Parameter Estimation for a Multiplicative Competitive"***. Interaction Model Least Squares Approach. Journal of Marketing Research,. 11: p. 303-311,1974.

[9] Achabal, D., W. Gorr, and M. V., MULTILOC. ***"A multiple store location decision model"***. J Retailing,. 2: p. 5-25,1982.

[10] Drezner, T. ***"Locating a single new facility among existing unequally attractive facilities"***.Journal of Regional Science,. 34: p. 237-252,1994.

[11] Plastria, F. and L. Vanhaverbeke,***" Discrete models for competitive location with foresight"***. Computers and Operations Research. 35(3): p. 683-700,2008.

[12] Drezner, T. and Z. Drezner. ***"Finding the optimal solution to the Huff based competitive location model"***. Comput Mngt Sci,. 2: p. 193-208,2004.

[13] Drezner, T. and Z. Drezner. ***"Multiple facilities location in the plane using the gravity model"***. Geogr Anal. 38: p. 391-406,2006.

[14] Aboolian, R., O. Berman, and D. Krass. ***"Competitive facility location and design problem"***. European Journal of Operational Research. 182(1): p. 40-62,2007.

[15] Uno, T. Katagiri, H.Kato, K. ***"Competitive facility location with random demands AIP Conference Proceedings"*** 1174, p. 83-93,2009.

[16] Beresnev, V. L. Mel'nikov, A. A. ***"Approximate algorithms for the competitive facility location problem"***. Journal of Applied and Industrial Mathematics. 5, p180-190,2011.

[17] Küçükaydn, H.Aras, N. Altnel, I. K. ***"A discrete competitive facility location model with variable attractiveness"***. Journal of the Operational Research Society, 62,p. 1726-1741,2011.

[18] Küçükaydn, H. Aras, N.Kuban Altnel, I. ***"A leaderfollower game in competitive facility location"***. Computers and Operations Research. 39, p. 437-448,2012

[19] Saidani, N., F. Chu, and H. Chen. ***"Competitive facility location and design with reactions of competitors already in the market"***. European Journal of Operational Research. 219, p. 9-17,2012.