مقاله پژوهشی

سیاست جدید مقدار تولید اقتصادی با ملاحظه کیفیت کالاها، بازبینی مخرب و دوباره‌کاری

حسن ترابی[1*] **مسعود مصدق خواه[2]**

دانشگاه صنعتی مالک اشتر **دانشگاه جامع امام حسین(ع)**

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۱۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸

چکیده

یکی از فرضیات غیر واقعی مدل مقدار تولید اقتصادی، کیفیت تمام و کمال کالاهای تولید شده است. در این مقاله در تلاش برای فائق آمدن بر این محدودیت و نزدیک ساختن این مدل به شرایط واقعی، حالاتی چون بازبینی‌های مخرب و وجود اقلام غیرکامل و مردود بعد از دوباره‌کاری در نظر گرفته شده است. در سه حالت (۱- عدم نگهداری اقلام غیرکامل بعد از بازبینی، ۲- نگهداری اقلام مذکور تا پایان دوره تولید، ۳- نگهداری این اقلام تا پایان کل دوره) مقدار تولید اقتصادی تعیین شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگر از مدل سنتی به جای مدل جدید و اصلاح شده استفاده شود؛ با افزایش هزینه مواجه خواهیم شد. علاوه بر این با افزایش مجموع نسبت اقلام غیرکامل و قابل دوباره‌کاری، مقدار تولید اقتصادی و هزینه کل در واحد زمان افزایش می‌یابد. از حل مثال عددی هم برای بررسی نتایج کمک گرفته شده است.

واژه‌های کلیدی: اقلام غیرکامل- بازبینی- دوباره‌کاری- مقدار تولید اقتصادی و هزینه.

۱- مقدمه

هزینه های موجودی به خاطر نقش قابل توجهی که در شکل‌دهی هزینه‌های سازمان دارند؛ مؤلفه‌های مهمی در مدیریت کارخانه به حساب می‌آیند. هدف مدیریت موجودی، تعیین سطحی از موجودی است که هزینه‌های سازمان را کمینه می کند. مدیریت موجودی شامل برنامه ریزی، سازمان دهی و کنترل تمام فعالیتهای مربوط به چرخش موجودی است. مطالعه موضوعات مدیریت موجودی با ابزارهای علمی، در ابتدای قرن بیستم میلادی شروع شد و با رشد رقابت در بازارهای تجارت، اهمیت آن افزایش یافت.

در ادبیات مدیریت موجودی، تلاش بسیار زیادی صورت گرفته است تا مدل‌های اندازه‌ی انباشته را از بند فرضیات محدود کننده ی این مدل رها سازند. برای مثال، فرض مدل EPQ مبنی بر کیفیت تمام و کمال کالاها، در اکثر کاربردهای صنعتی غیر واقعی است و اگر به کار گرفته شود؛ می تواند منجر به خطاهایی در تعیین مقدار تولید و پارامترهای مربوطه در کنترل موجودی، مثل دوره ی چرخش موجودی و اندازه‌ی سفارش عقب افتاده شود.

این فرض بسیاری از محققین را به سوی تعدادی از مدل های مقدار تولید اقتصادی عملی و واقعی رهنمون شده است که در آنها کیفیت، غیر کامل و در نتیجه، تأمین غیر

۱- پژوهشگر و دکترای مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، مجتمع دانشگاهی مدیریت و مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران ایران، نویسنده پاسخگو، پست الکترونیک: h_torabi@mut.ac.ir، نشانی: تهران، لویزان، خیابان شهید شعبانلو، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، صندوق پستی: ۱۷۷۴-۱۵۸۷۵

۲*- دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران، ایران، پست الکترونیک: mmosdegh@ihu.ac.ir

قابل اتکا است[۱]. اگر به مدل سنتی EPQ اکتفا شود؛ با هزینه های فزاینده ای مواجه میشـــویم، لذا تعیین مدلهای واقعی‌تر ضرورت دارد.

۲-پیشینه پژوهش

آرو [۲] از اولین کسانی بود که به این موضوع پرداخت. او فرضیاتی را که به عنوان پایه‌ی ساختار مؤلفه‌های هزینه‌ی موجودی هستند؛ موردمطالعه قرار داد و سه مدل روزنامه‌فروش تک‌مرحله‌ای را برای مشخص کردن سیاست سفارش دهی بهینه تحت تأمین تصادفی ارائه کرد. روزنبلات و لی [۳]، در حالتی که فرایند کامل نیست؛ تولید در انباشته های کوچک تر را پیشنهاد کردند. آن‌ها فرض کردند که زمان بین حالت های تحت کنترل و خارج از کنترل یک فرایند از توزیع نمایی پیروی می‌کند و اقلام معیوب بلافاصله دوباره‌کاری می‌شوند. اربن [۴]، نرخ نقص فرایند را به‌عنوان تابعی از زمان کاری مدل کرد و راه‌حل‌های از نوع بسته[1] برای مقدار تولید اقتصادی به دست آورد.

محققین همچنین تعیین اندازه‌ی انباشته را با اقلام غیر کامل تحت شرایط نرخ‌های تقاضا و تولید تصادفی آزموده‌اند. گرچاک و همکاران [۵]، مسئله‌ی تولید تک دوره‌ای را در حالتی که فرایند تولید با تقاضای غیرقطعی و تولید متغیر مشخص‌شده است؛ تحلیل کردند. مدل تک دوره ای که برای این مسئله گسترش یافت؛ برای مدل n دوره‌ای هم بسط پیدا کرد. یانو و لی [۶] مروری بر ادبیات مدل های تعیین اندازه‌ی انباشته را با تولید یا تدارکات تصادفی ارائه کردند. گراسفلد- نیر و گرچاک [۷]، ادبیات مربوط به سیستم های تولید غیر کامل تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای را که مربوط به تولید و بازبینی تصادفی هستند؛ بررسی کردند. ایندرفرت [۸]یک سیاست تولید بهینه برای نرخ تقاضا و عرضه ای که توزیع یکنواخت دارند؛ تعیین کرد.

برخلاف مدل های مربوط به تحقیقات قبلی که اقلام غیرکامل و معیوب را با صرف هزینه یا بدون آن دوباره کاری می کردند یا در انبار نگه‌داشته و یا رد می کردند؛ چان و همکاران [۹] چارچوبی را فراهم کردند که در آن قیمت‌گذاری پایین، دوباره کاری و رد اقلام در یک مدل EPQ واحد تجمیع شد. در مدل آن‌ها بازرسی ۱۰۰٪(مشابه مدل سلامه و جابر[۱۰]) برای یافتن اقلام غیرکامل، کامل و مردود در هر انباشته انجام می‌شود و فرض می‌شود که اقلام باکیفیت غیرکامل، و نه لزوماً معیوب، می توانند در شرایط تولیدی دیگر مورداستفاده قرارگرفته یا به خریدار خاصی باقیمت پایین‌تر فروخته شوند. از مدل آنان نتیجه می‌شود که شاخص زمانی در مورد اینکه چه زمانی اقلام غیر کامل فروخته شوند؛ عاملی اساسی بوده و هزینه‌ی موجودی و اندازه‌ی انباشته را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

پنتیکو و دریک[۱۱] مروری بر مدل‌های موجودی با محصولات فاسدشدنی و سفارش عقب‌افتاده را ارائه می‌دهند. بارزوکی و همکاران [۱۲] با تأکید بر موجودی کالای در جریان و محصولات غیرکامل تولیدی که یا قابل دوباره کاری و یا غیرقابل دوباره کاری هستند و با قیمت پایین فروخته می شوند؛ گام جدیدی در توسعه ی مدل مقدار تولید اقتصادی EPQ برداشتند. تیسو و همکاران [۱۳] بر پایه‌ی کارهای سلامه و جابر[۱۰]، چان و همکاران [۹] و پاپاکریستوس و کنستانتاراس[۱۴] یک مدل EPQ را با ویژگی کیفی پیوسته، دوباره‌کاری و رد اقلام توسعه دادند و دریافتند که یک اندازه ی انباشته ی بهینه وجود دارد که هزینه‌ی کل کمینه را در مدل ایجاد می کند. آن‌ها همچنین نتیجه گرفتند که اگر درصد اقلام باکیفیت غیر کامل و مردود، صفر باشد یا به سمت صفر میل کند؛ اندازه‌ی انباشته ی بهینه ی مدلشان برابر با همان مدل EPQ سنتی است. باکر و همکاران [۱۵] مروری بر سیستم موجودی با محصولات فاسدشدنی را از سال ۲۰۰۱ موردمطالعه قرار داده‌اند.

1-Closed-form

اکبری و صفاری [۱۶] با فرض برقراری یک اعتبار تجاری دو سطحی، یک مدل موجودی برای اقلام فاسدشدنی توسعه می‌دهند. گلاک و همکاران [۱۷] در یک مطالعه سطح سوم[1] (با مرور بر مطالعات مروری)، تعمیم مدل اندازه انباشته هریس را در موضوعاتی چون سیستم‌های موجودی چند سطحی[2]، مشوق‌ها (همچون تخفیفات یا اعتبارات تجاری) و بهره‌وری مورد تحلیل قراردادند. طالعیزاده و همکاران [۱۸]، یک سیستم تولیدی را در نظر می‌گیرند که بخشی از اقلام خروجی آن غیر کامل است. تولید غیر کامل این سیستم بر اساس یک متغیر تصادفی با تابع توزیع احتمالی شناخته‌شده‌ای است. دوباره کاری اقلام غیر کامل شناسایی شده به یک مرکز تعمیر خارج از تولیدی مدنظر برون‌سپاری می‌شود و بعد از تعمیر، اقلام مجدداً به سیستم برمی‌گردند. نویسندگان بر اساس زمان بازگشت اقلام تعمیر شده و در سه حالت مدل‌سازی انجام می‌دهند.

تی سا و همکاران[۱۹]، یک مدل EPQ غیر کامل توسعه می‌دهند که تعمیر و نگهداری پیش بینانه و دوباره‌کاری اقلام معیوب را در نظر می‌گیرند. آن‌ها باهدف بهینه‌سازی تعمیر و نگهداری، مقدار تولید و کل هزینه مورد انتظار، در دو حالت مدل‌سازی می‌نمایند: تداوم یا توقف در حالت خارج از کنترل بودن تولید. جن و همکاران [۲۰]، یک مدل EPQ با فرایند تولید غیر کامل و دوباره‌کاری ناموفق را در حالتی که فرایند حرکت براونی[3]، نوسان سطح موجودی را کنترل می‌کند؛ توسعه می‌دهند. سلامه [۲۱]، مدل EPQ را در یک فرایند تولید غیر کامل و با دو نرخ دوباره کاری منعطف هماهنگ و ناهماهنگ با نرخ تولید بررسی می‌کنند. خلیل پورآذری و همکاران[۲۲]، یک مدل استوار چند اقلامه‌ی EPQ را با در نظر گرفتن فرایند دوباره‌کاری و اقلام غیر کامل فرموله می‌کنند.آن‌ها از مدل ریاضی دو هدفه برای کمینه‌سازی کل هزینه موجودی و فضای موردنیاز انبار بهره می‌جویند.

خلاصه مرور ادبیات در قالب جدول ۱ ارائه می‌شود.

جدول (۱): یافته‌های حاصل از مرور ادبیات موضوع

ردیف	محققین	سال انتشار	یافته‌ها	منبع
۱	آرو	۱۹۵۸	بررسی فرضیات ساختار مؤلفه‌های هزینه‌ی موجودی و ارائه سه مدل روزنامه فروش تک مرحله‌ای برای مشخص کردن سیاست سفارش‌دهی بهینه تحت تأمین تصادفی	[۲]
۲	روزنبلات و لی	۱۹۸۶	توصیه به تولید در انباشته‌های کوچک‌تر در حالتی که فرایند تولید تحت کنترل نیست. آنها فرض کردند که زمان بین حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل یک فرایند ازتوزیع نمایی پیروی می‌کند و اقلام معیوب بلافاصله دوباره کاری می‌شوند.	[۳]
۳	اربن	۱۹۹۸	مدلسازی نرخ نقص فرایند به عنوان تابعی از زمان کاری و ارائه راه حل‌های از نوع بسته برای مقدار تولید اقتصادی	[۴]
۴	سلامه و جابر	۲۰۰۰	ارائه مدلی با در نظر گرفتن بازبینی غیرمخرب	[۱۰]

1- Tertiary study
2- Multi-stage inventory systems
3-Brownian motion process

ادامه جدول (۱): یافته های حاصل از مرور ادبیات موضوع

۵	ایندرفرت	۲۰۰۳	تعیین یک سیاست تولید بهینه برای نرخ تقاضا و عرضه ای که توزیع یکنواخت دارند.	[۸]
۶	چان و همکاران	۲۰۰۳	تجمیع قیمت گذاری پایین، دوباره‌کاری و رد اقلام در یک مدل EPQ جدید. شاخص زمانی درمورد اینکه چه زمانی اقلام غیر کامل فروخته شوند؛ عاملی اساسی بوده و هزینه ی موجودی و اندازه‌ی انباشته را تحت تأثیر قرار می‌دهد.	[۹]
۷	پاپاکریستوس و کنستانتاراس	۲۰۰۶	با تجدید نظر در مدل سلامه و جابر[۱۰]، شرایط لازم برای عدم مواجهه با کمبود را اصلاح کردند و آن را در حالتی که اقلام معیوب بعد از بازبینی تا پایان دوره نگهداری می‌شوند؛ گسترش دادند و فقط با استفاده از تابع هزینه به اندازه‌ی انباشته‌ی بهینه رسیدند. آنها ثابت کردند شرایط موجود در مدل سلامه و جابر برای عدم مواجهه با کمبود کافی نیستند.	[۱۴]
۸	بارزوکی و همکاران	۲۰۱۱	تأکید بر موجودی کالای در جریان و قیمت گذاری پایین محصولات غیرکامل تولیدی	[۱۲]
۹	تیسو و همکاران	۲۰۱۲	ارائه یک مدل EPQ با ویژگی کیفی پیوسته، دوباره کاری و رد اقلام و دستیابی به یک اندازه‌ی انباشته‌ی بهینه	[۱۳]
۱۰	گلاک و همکاران	۲۰۱۴	تعمیم مدل EPQ به موضوعاتی چون سیستم های موجودی چند سطحی، مشوق ها (همچون تخفیفات یا اعتبارات تجاری) و بهره‌وری	[۱۷]
۱۱	طالعیزاده و همکاران	۲۰۱۷	مدلسازی بر اساس زمان بازگشت اقلام تعمیر شده که به مرکزی بیرونی برونسپاری شده است.	[۱۸]
۱۲	تی سا و همکاران	۲۰۱۹	در نظر گرفتن تعمیر و نگهداری پیش بینانه و دوباره کاری اقلام معیوب. آنها با هدف بهینه سازی تعمیر و نگهداری، مقدار تولید و کل هزینه مورد انتظار، در دو حالت مدلسازی مینمایند: تداوم یا توقف در حالت خارج از کنترل بودن تولید.	[۱۹]
۱۳	جن و همکاران	۲۰۱۹	توسعه یک مدل EPQ با فرایند تولید غیر کامل و دوباره کاری ناموفق در حالتی که فرایند حرکت براونی، نوسان سطح موجودی را کنترل میکند.	[۲۰]

ادامه جدول (۱): یافته های حاصل از مرور ادبیات موضوع

۱۴	سلامه	۲۰۱۹	توسعه یک مدل EPQ در یک فرایند تولید غیر کامل و با دو نرخ دوباره کاری منعطف هماهنگ و ناهماهنگ با نرخ تولید	[۲۱]
۱۵	خلیل پورآذری و همکاران	۲۰۲۰	ارائه ی یک مدل استوار چند اقلامه‌ی EPQ را با در نظر گرفتن فرایند دوباره کاری و اقلام غیر کامل با توابع هدف کمینه سازی کل هزینه موجودی و فضای مورد نیاز انبار	[۲۲]

در ادبیات موضوع تنها به خروجی بازبینی شامل اقلام کامل، غیر کامل، قابل دوباره‌کاری و مردود اشاره‌شده است و بازبینی مخرب موردعنایت قرار نگرفته است. از سوی دیگر، محققین حاصل فرایند دوباره‌کاری را محصولات کامل فرض نموده‌اند، در حالی لزوماً این‌گونه نیست و نتیجه این فرایند می‌تواند محصولاتی کامل، غیر کامل، مردود و حتی نیازمند دوباره‌کاری مجدد باشد؛ بنابراین جهت نزدیک‌تر کردن مدل تولید اقتصادی به شرایط واقعی تر، بازبینی مخرب و نوعی از دوباره‌کاری که نتیجه آن لزوماً اقلام کامل نیست؛ در این مقاله موردبررسی قرار خواهد گرفت.

۳- روش تحقیق

پژوهش‌ها از چهار دیدگاه هدف، کاربرد، زمان و رویکرد تقسیم‌بندی می‌شوند [۲۳]. این تحقیق یک پژوهش نظری و توسعه‌ای است و داده‌های مربوط به آن از طریق مطالعات کتابخانه‌ای گردآوری‌شده است. جهت بررسی اعتبار نتایج نیز از روش تحلیل حساسیت با ارائه مثال عددی استفاده‌شده است. ازآنجاکه هدف از این پژوهش، توصیف چگونگی توسعه مدل مقدار تولید اقتصادی در شرایط خاص مطرح در شکل ۱ (در بخش ۴ مقاله) است؛ یک پژوهش توصیفی به‌حساب می‌آید [۲۴]. از سوی دیگر چون نتیجه این پژوهش برای پیشرفت دانش کنترل موجودی به کار می‌رود و با استفاده از دانش پیشین، منبع جدیدترین ایده‌های علمی و شیوه اندیشیدن در حوزه خود قرار می‌گیرند و بنیانی برای رشد دانش و شناخت خواهد بود؛ یک پژوهش توسعه‌ای است. همچنین به دلیل اینکه در این پژوهش جمع‌آوری داده‌ها در یک برش از زمان صورت گرفته است؛ از نظر زمانی، مقطعی است. درنهایت اینکه پژوهش حاضر از نظر رویکرد، قیاسی است چرا که بر چارچوب مفهومی و نظری قبلی که مدل سنتی مقدار تولید اقتصادی است؛ تکیه دارد و حرکت از مدل در حالت کلی به سوی مفروضات خاص و جزئیات است.

۴- جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها

۴-۱- تعریف مسئله و مفروضات

با توجه به مرور ادبیات و شکاف پژوهشی یافته شده در آن، حالتی از مدل گسترش‌یافته EPQ که در آن بازبینی مخرب وجود داشته باشد؛ بررسی نشده است. همچنین بخشی از محصولات بعد از بازبینی غیر مخرب، نیازمند دوباره‌کاری هستند و نتیجه این دوباره‌کاری در مطالعات پیشین، ارائه محصولات کامل است درصورتی‌که لزوماً بدین شکل نیست؛ بنابراین آنچه که به‌عنوان مسئله در این مقاله مطرح می‌شود؛ این است که مدل مقدار تولید اقتصادی درصورتی‌که بازبینی مخرب وجود داشته باشد و همچنین نتیجه فرایند دوباره‌کاری، علاوه بر اقلام کامل، اقلام غیر کامل و مردود را نیز در برداشته باشد؛ چگونه خواهد بود.

مفروضات زیر در مدل‌سازی ما موردتوجه قرارگرفته‌اند:

* فرایند محصول واحدی را تولید می‌کند.

* ذخیره‌سازی و برداشت یکنواخت و پیوسته‌اند.

* نرخ تقاضا برای محصول، در طول دوره برنامه‌ریزی یک‌ساله معین و ثابت است.

* هزینه ی تولید هر واحد، C_m واحد پولی بوده و هزینه ی نگهداری هر واحد در هرسال و هزینه‌ی راه‌اندازی برای تولید هر انباشته به ترتیب با H و C_s واحد پولی نشان داده می‌شوند.

* اقلامی که قابلیت دوباره کاری دارند؛ بلافاصله در این فرایند قرار می‌گیرند.

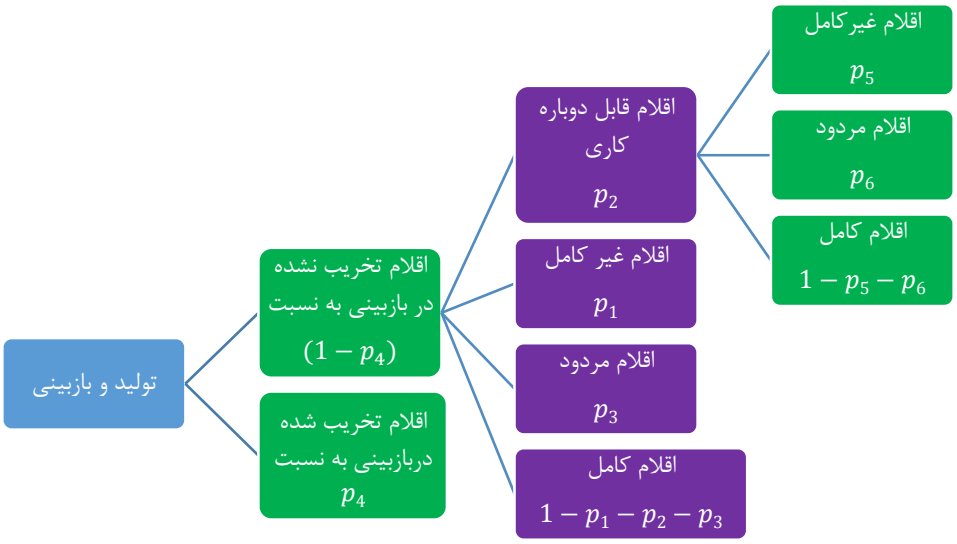
* اقلام باکیفیت کامل باقیمت موردنظر و با در نظر گرفتن تابع زیان تاگوچی (به میزان انحراف از کیفیت مطلوب) فروخته می‌شوند.

* اقلام باکیفیت غیر کامل باقیمت پایین‌تر و با در نظر گرفتن تابع زیان تاگوچی (به میزان انحراف از کیفیت مطلوب) فروخته می‌شوند.

* یافتن اقلام معیوب از طریق بازبینی، همراه با آزمایشات مخرب است.

* اقلام دوباره‌کاری شده لزوماً از کیفیت کامل برخوردار نیستند و در بین آن‌ها اقلام غیر کامل و مردود هم وجود دارند؛ اما دیگر اقلام قابل دوباره‌کاری نخواهیم داشت.

به دیگر سخن، شکل (۱) گویای این موضوع است. ستون دوم و چهارم (سبزرنگ) شکل (۱) نشان‌دهنده نوآوری در این مقاله است حال‌آنکه در مدل‌های قبلی[۹, ۱۰, ۱۳] به دسته‌بندی ستون سوم (بنفش) بسنده شده است.



شکل (۱): نقشه راه تصمیم‌گیری در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

۴-۲- اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل

اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل موردنظر به ترتیب در جداول (۲) تا (۴) آمده است.

جدول (۲): اندیس‌های مورد استفاده در مدل

راه اندازی	s	ساخت	m	غیر مردود	g
دوباره کاری	rw	حالت مطلوب ویژگی کیفی	t	مدل چان و همکاران	old
رد کردن	rj	حالت	i	بهینگی	*
کیفیت کامل	p	کیفیت غیرکامل	i	مقدار پارامتر در مدل سنتی	$'$

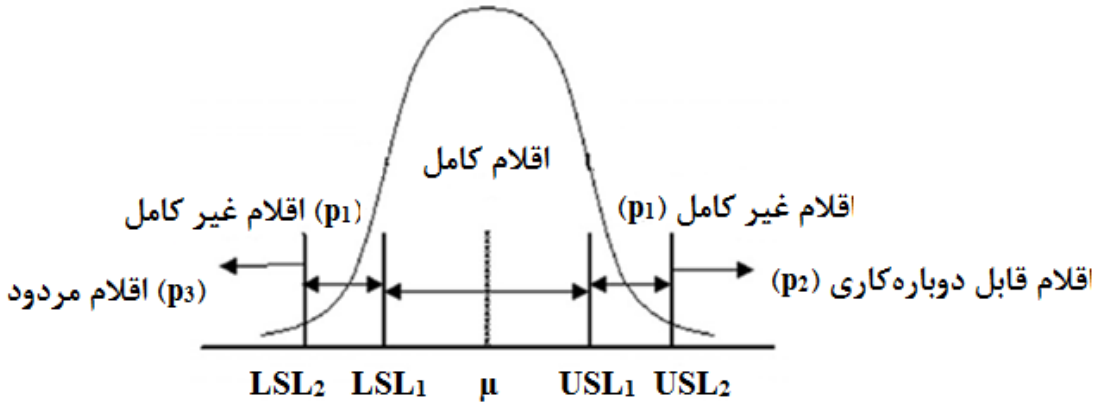
جدول (۳): پارامترهای مورد استفاده در مدل

هزینه (راه اندازی، دوباره کاری، رد کردن و.... به تناسب اندیس)	C	متوسط موجودی	$\bar{I}$
هزینه سفارش کالا	K	قیمت فروش واحد محصول برای اقلام با کیفیت کامل	s
نرخ تقاضا در واحد زمان	D	قیمت فروش واحد محصول برای اقلام با کیفیت ناکامل	v
هزینه نگهداری هر واحد در واحد زمان	H	نرخ تولید در واحد زمان	P
حدود مشخصه فنی پایین برای اقلام کامل	LSL_1	حدود مشخصه بالا برای اقلام کامل	USL_1
حدود مشخصه فنی پایین برای اقلام ناکامل	LSL_2	حدود مشخصه بالا برای اقلام ناکامل	USL_2

جدول (۴): متغیرهای مورد استفاده در مدل

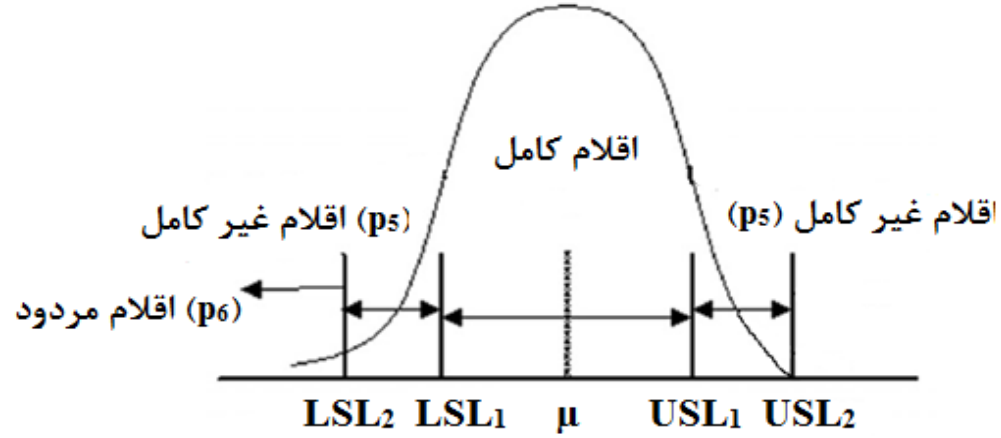
تابع چگالی احتمال کیفی(توزیع عمومی)	$f_0(x)$	(p_i/p_p)	β
زیان کیفیت پایین تاگوچی به ازای هر واحد محصول کامل	$l_0(x)$	(p_{rw}/p_p)	γ
درصد اقلام	p	نرخ بازبینی محصول	Z
کل سود در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.	$TP(Q)$	اندازه انباشته	Q
کل هزینه در واحد زمان اگر Q واحد در هر چرخه تولید شوند.	$TCY(Q)$	ویژگی کیفی	u
کل درآمد در واحد زمان اگر Q واحد در هر چرخه تولید شوند.	$TRY(Q)$	متغیر تصادفی که مقدار واقعی ویژگی کیفی را بیان می‌کند.	X
کل هزینه در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.	$TC(Q)$	کل درآمد در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.	$TR(Q)$

تابع توزیع احتمالی ویژگی کیفی محصول (بعد از بازبینی و تخریب نشده در طی آن) یعنی $f_0(x)$ در شکل (۲) آمده است. لازم به توضیح است که اقلامی که ویژگی کیفی آن‌ها در تابع توزیع احتمالی، بالاتر از حد مشخصه بالا برای اقلام ناکامل (USL_2) باشد؛ در این مقاله قابلیت دوباره‌کاری دارند و اقلامی که پایین‌تر از حد مشخصه فنی پایین برای اقلام ناکامل LSL_2 باشند؛ مردود می‌شوند. البته این مفروض قطعیت ندارد و میتوان به گونه‌ای دیگر نیز در نظر گرفت چنانکه چان و همکاران [۹] معکوس این مفروض را در نظر گرفته‌اند.



شکل (۲): تابع توزیع احتمالی ویژگی کیفی محصول در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

تابع توزیع احتمالی ویژگی کیفی اقلام دوباره‌کاری شده $f_1(x)$ هم در شکل (۳) آمده است:



شکل (۳): تابع توزیع احتمالی ویژگی کیفی اقلام دوباره‌کاری شده در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

با توجه به حدود $f_0(x)$ و $f_1(x)$ خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_0(x)\,dx = 1 \qquad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{USL_2} f_1(x)\,dx = 1 \qquad (2)$$

بنابراین در بین کل کالاهای تولید و بازبینی‌شده نسبت اقلام مختلف طبق جدول (۵) است:

جدول (۵): درصد اقلام مختلف در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی بعد از بازبینی

اقلام غیر کامل	$(1-p_4)(p_1+p_2p_5)=p_i$
اقلام دوباره	$(1-p_4)p_2=p_{rw}$
اقلام مردود	$p_4+(1-p_4)(p_3+p_2p_6)=p_{rj}$
اقلام کامل	$(1-p_4)[1-p_1-p_3-p_2(p_5+p_6)]$

۳-۴- حالت اول

در حالت اول فرض می شود که اقلام باکیفیت غیر کامل تحت قیمت تخفیفی و با در نظر گفتن تابع زیان تاگوچی فروخته می شوند(به محض شناسایی) و در انبار قرار نمی‌گیرند (در واقع در لحظه‌ی شناسایی برای آن‌ها مشتری وجود دارد). به‌شرط شدنی بودن این حالت، نرخ تولید اقلام کامل در سال (شامل اقلامی که بعد از دوباره‌کاری، کامل محسوب می‌شوند) برابر است با رابطه (۳).

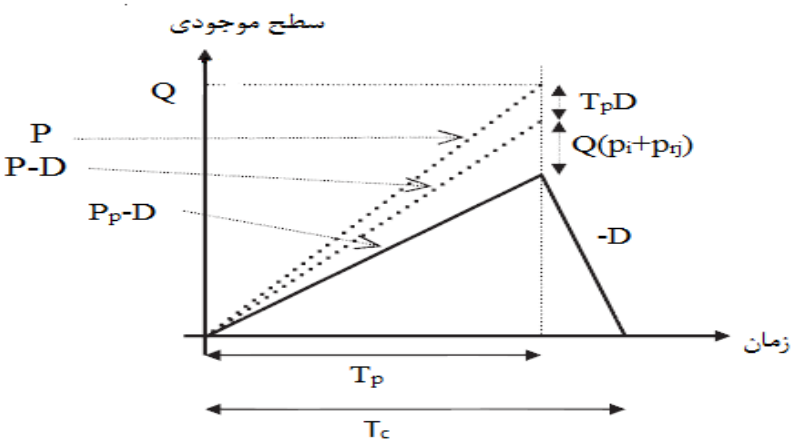
$$P_p = P(1 - p_i - p_{rj}) \quad (3)$$

با توجه به اینکه : $T_p = \frac{Q}{P}$ ، مقدار اقلام کامل اضافه‌شده به انبار در نتیجه‌ی یک‌بار تولید برابر است با

$$(P_p - D)\left({}^{Q}/_{P}\right) = Q(1 - p_i - p_{rj} - {}^{D}/_{P}) \quad (4)$$

در واقع همه‌ی اقلام به انبار می‌روند به‌جز اقلام غیرکامل، کالاهای مردود و اقلام کامل فروخته‌شده.

شکل (۴)، نمودار موجودی برحسب زمان را برای حالت اول نشان می‌دهد.



شکل (۴): نمودار موجودی برحسب زمان در حالت اول

۴-۳-۱- هزینه‌ها

ابتدا در این حالت هزینه نگهداری در یک دور (H_1) محاسبه می‌شود.

مساحت زیر منحنی شکل $H_1 = h * 4$

$$= h\frac{T_c Q(1 - p_i - p_{rj} - {}^{D}/_{P})}{2}$$

درنتیجه خواهیم داشت:

$$H_1 = h\frac{T_c Q(p_p - {}^{D}/_{P})}{2} \quad (5)$$

کل هزینه در یک دور شامل هزینه‌های تولید، دوباره‌کاری، راه‌اندازی، رد کردن، بازبینی و نگهداری بر طبق رابطه‌ی (6) است.

$$TC_1(Q) = C_m Q + C_{rw} Q p_{rw} + C_s + C_{rj} Q p_{rj} + IQ + h\frac{1}{2}Q\left(p_p - \frac{D}{P}\right)T_c \quad (6)$$

مقدار T_c هم از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$T_c = \frac{Q(1 - p_{rj} - p_i)}{D} = \frac{Q p_p}{D} \quad (7)$$

کل هزینه در واحد زمان طبق رابطه ی(8) محاسبه می‌شود.

$$TCY(Q) = {}^{TC(Q)}/_{T_c} \quad (8)$$

در نتیجه با جایگذاری (6) و (7) در (8)، کل هزینه در واحد زمان برای حالت اول مطابق رابطه ی (9) خواهد بود.

$$TCY_1(Q) = \left(C_m + C_{rw} p_{rw} + C_{rj} p_{rj} + I\right)\frac{D}{p_p} + C_s\frac{D}{Q p_p} + h\frac{1}{2}Q\left(p_p - \frac{D}{P}\right) \quad (9)$$

۴-۳-۲- درآمد

کـل درآمـد در هر چرخـه ،TR(Q) از جمع حجم فروش محصولات داخل حدود مشخصات با در نظر گرفتن هزینه ی کیفیت پایین تاگوچی به دست می آید.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{TR(Q)}\\
&= (1-\mathrm{p_4})\left[\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_0(x)Q\big(s-L_0(x)\big)\,dx}\right.\\
&+\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_0(x)Q\big(v-L_1(x)\big)\,dx}\\
&+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_0(x)Q\big(v-L_1(x)\big)\,dx}\\
&+\int_{\mathrm{USL_2}}^{+\infty} \mathrm{f_0(x)\,dx}\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_1(x)Q\big(s-L_0(x)\big)\,dx}\\
&\left.+\int_{\mathrm{USL_2}}^{+\infty} \mathrm{f_0(x)\,dx}\left[\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_1(x)Q\big(v-L_1(x)\big)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_1(x)Q\big(v-L_1(x)\big)\,dx}\right]\right]\\
&= (1-\mathrm{p_4})\,\mathrm{Q}\left[\mathrm{s}\left(\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_0(x)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_2}}^{+\infty} \mathrm{f_0(x)\,dx}\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_1(x)dx}\right)\right.\\
&+\mathrm{v}\left(\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_0(x)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_0(x)\,dx}\right.\\
&\left.\left.+\int_{\mathrm{USL_2}}^{+\infty} \mathrm{f_0(x)\,dx}\left[\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_1(x)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_1(x)\,dx}\right]\right)\right]\\
&-(1-\mathrm{p_4})\,\mathrm{Q}\left[\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_0(x)L_0(x)\,dx}\right.\\
&+\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_0(x)L_1(x)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_0(x)L_1(x)\,dx}\\
&+\int_{\mathrm{USL_2}}^{+\infty} \mathrm{f_0(x)\,dx}\left(\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_1(x)L_0(x)\,dx}\right.\\
&\left.\left.+\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_1(x)L_1(x)\,dx}+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_1(x)L_1(x)dx}\right)\right]
\end{aligned}
$$

در نتیجه TR(Q) برابر با رابطه‌ی (10) خواهد بود.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{TR(Q)} \qquad (10)\\
&= (1-\mathrm{p_4})\,\mathrm{Q}\left[\mathrm{s}(1-\mathrm{p_1}-\mathrm{p_3}-\mathrm{p_2}(\mathrm{p_5}+\mathrm{p_6}))+\mathrm{v}(\mathrm{p_1}+\mathrm{p_2p_5})\right.\\
&-\left(\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_0(x)L_0(x)\,dx}\right.\\
&+\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_0(x)L_1(x)\,dx}\\
&+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_0(x)L_1(x)\,dx}\\
&+\mathrm{p_2}\left(\int_{\mathrm{LSL_1}}^{\mathrm{USL_1}} \mathrm{f_1(x)L_0(x)\,dx}\right.\\
&+\int_{\mathrm{LSL_2}}^{\mathrm{LSL_1}} \mathrm{f_1(x)L_1(x)\,dx}\\
&\left.\left.\left.+\int_{\mathrm{USL_1}}^{\mathrm{USL_2}} \mathrm{f_1(x)L_1(x)dx}\right)\right)\right]
\end{aligned}
$$

کل درآمد در واحد زمان طبق رابطه‌ی (11) بیان می‌شود:

$$\mathrm{TRY(Q)} = {}^{\mathrm{TR(Q)}}/_{\mathrm{T_c}} \qquad (11)$$

در نتیجـه با جایگذاری (7) و (10) در ،(11) رابطه ی (12) به دست می‌آید.

(12)

$$\mathrm{TRY(Q)} = \frac{D\left[\begin{array}{c} sp_p + vp_i \\ -(1-p_4) \\ \left(\begin{array}{c} \int_{LSL_1}^{USL_1} f_0(x)L_0(x)\,dx + \\ \int_{LSL_2}^{LSL_1} f_0(x)L_1(x)\,dx + \\ \int_{USL_1}^{USL_2} f_0(x)L_1(x)\,dx + \\ p_2\left(\begin{array}{c} \int_{LSL_1}^{USL_1} f_1(x)L_0(x)\,dx + \\ \int_{LSL_2}^{LSL_1} f_1(x)L_1(x)\,dx + \\ \int_{USL_1}^{USL_2} f_1(x)L_1(x)dx \end{array}\right) \end{array}\right) \end{array}\right]}{p_p}$$

در نتیجه با خلاصه سازی رابطه‌ی فوق و استفاده از رابطه ی $\beta = {}^{p_i}/_{p_p}$ (بر گرفته از جدول (۴)) مقدار $TRY(Q)$ برابر با رابطه‌ی (13) خواهد بود.

$$\begin{aligned} TRY(Q) &= D(s + v\beta) \\ &- (1 - p_4)\left(\int_{LSL_1}^{USL_1} f_0(x)L_0(x)\,dx + \int_{LSL_2}^{LSL_1} f_0(x)L_1(x)\,dx + \int_{USL_1}^{USL_2} f_0(x)L_1(x)\,dx + p_2\left(\int_{LSL_1}^{USL_1} f_1(x)L_0(x)\,dx + \int_{LSL_2}^{LSL_1} f_1(x)L_1(x)\,dx + \int_{USL_1}^{USL_2} f_1(x)L_1(x)dx\right)\right)/p_p \end{aligned} \quad (13)$$

همانطور که مشاهده می‌شود؛ عبارت $D(s + v\beta)$ در رابطه فوق همان رابطه موجود در مدل (15) هست و عبارت منفی بعدی بیانگر کاهش درآمد به دلیل هزینه کیفیت پایین تاگوچی است.

از طرفی کل درآمد به ازای واحد زمان، برای هر تابع توزیع احتمالی مستقل از مقدار Q است پس حداکثر کردن کل سود در واحد زمان به مثابه حداقل کردن کل هزینه در واحد زمان است. در نتیجه با مشتق‌گیری از معادله‌ی کل هزینه در واحد زمان (رابطه‌ی (9)) نسبت به Q و برابر قرار دادن آن با صفر طبق رابطه ی(14) ، مقدار بهینه ی Q طبق رابطه‌ی (16) به دست می‌آید.

$$\frac{d\,TCY'_1(Q)}{dQ} = 0 \quad (14)$$

با حل رابطه‌ی (14) خواهیم داشت:

$$-\frac{C_s D}{Q^2 p_p} + \frac{h}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\right] = 0 \quad (15)$$

$$\frac{C_s D}{Q^2 p_p} = \frac{h}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\right]$$

$$Q^{*1} = \sqrt{\frac{2C_s D}{h p_p\left(p_p - {}^{D}/_{P}\right)}} \quad (16)$$

با جایگذاری مقدار p_p بر حسب مقادیر مربوطه (طبق جدول(۵)) در (16)، مقدار بهینه ی Q برابر با (17) خواهد بود .

$$Q^{*1} = \sqrt{\frac{2C_s D}{h(1-p_4)\left[1 - p_1 - p_3 - p_2(p_5 + p_6)\right]\left[\frac{(1-p_4)}{\left[1 - p_1 - p_3 - p_2(p_5 + p_6)\right] - {}^{D}/_{P}}\right]}}$$

اگر از رابطه‌ی (9) دو بار نسبت به Q مشتق بگیریم؛ خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 TCY_1(Q)}{dQ^2} = \frac{2C_s D}{Q^3 p_p} \quad (18)$$

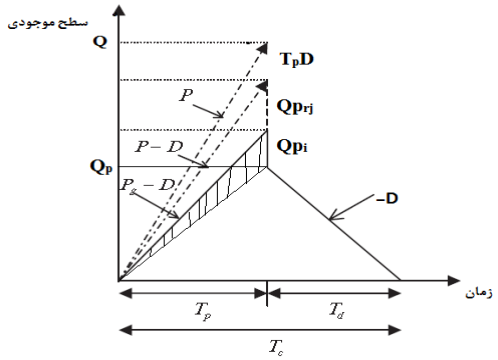
رابطه ی (18) به ازای هر مقدار Q مثبت بوده و نشان دهنده ی محدب بودن تابع $TCY_1(Q)$ (رابطه ی (9)) نسبت به Q است. پس Q^{*1} (رابطه‌ی(16))، یگانه مقداری است که تابع مذکور را کمینه می‌کند.

۴-۴- حالت دوم

در این حالت، بعد از بازبینی، اقلام غیرکامل در انبار نگه‌داری شده و به صورت یکجا در پایان دوره‌ی تولید T_p در هر دوره فروخته می‌شوند. در نتیجه، به شرط امکان پذیر بودن این حالت، نرخ تولید اقلام غیر مردود (که به انبار می روند) در طول دوره ی تولید به صورت رابطه ی (19) بیان می‌شود:

$$P_g = P\left[1 - p_{rj}\right] \quad (19)$$

نمودار سطح موجودی برحسب زمان در این حالت مطابق شکل (۵) است (در واقع قسمت هاشور خورده به نمودار حالت اول اضافه شده است).



شکل (۵): نمودار سطح موجودی برحسب زمان در حالت دوم از مدل جدید تولید اقتصادی

متوسط موجودی در این حالت طبق رابطه‌ی (20) برابر با متوسط موجودی در حالت قبل به علاوه ی متوسط موجودی قسمت هاشور خورده است.

$$\bar{I} = \frac{\frac{T_c Q_p}{2} + \frac{QP_i T_p}{2}}{T_c} \qquad (20)$$

با توجه به اینکه: $T_P = \frac{Q}{P}$ و با جایگذاری رابطه ی (7) در (20) داریم:

$$\bar{I} = \frac{Q_p}{2} + \frac{\frac{Qp_i}{2P}}{\frac{(1-p_i-p_{rj})}{D}} \qquad (25)$$
$$= \frac{Q(1-p_i-p_{rj}-{}^{D}/_{P})}{2} + \frac{QDp_i}{2P(1-p_i-p_{rj})}$$
$$= \frac{Q}{2}[p_p - {}^{D}/_{P} + {}^{D}/_{P}\beta]$$

در نتیجه موجودی متوسط در این حالت برابر با رابطه ی (21) خواهد بود.

$$\bar{I} = \frac{Q}{2}[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)] \qquad (21)$$

۴-۴-۱- هزینه‌ها

هزینه ی نگهداری موجودی در یک دور در حالت دوم با محاسبه‌ی مساحت زیر نمودار شکل (۵) برابر با رابطه‌ی (22) خواهد بود.

$$H_2 = \frac{hT_cQ}{2}[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)] \qquad (22)$$

مشابه حالت اول (رابطه ی (6))در اینجا هم کل هزینه‌ی موجودی در یک دور برابر خواهد بود با

$$TC_2(Q) = C_m Q + C_{rw}Qp_{rw} + C_S + C_{rj}Qp_{rj} + IQ + \frac{hQ}{2}[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)]T_c \qquad (23)$$

با جایگذاری رابطه ی (7) و (23) در (8)، رابطه ی (24) که بیانگر هزینه‌ی کل در واحد زمان برای حالت دوم است؛ به دست می‌آید.

$$TCY_2(Q) = (C_m + C_{rw}p_{rw} + C_{rj}p_{rj} + I)\frac{D}{p_p} + \frac{C_S D}{Qp_p} + \frac{hQ}{2}[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)]$$

۴-۴-۲- درآمد

تابع درآمد کل در واحد زمان هم مشابه حالت قبلی (رابطه‌ی (13)) بوده و مستقل از Q است ، در نتیجه برای محاسبه ی مقدار بهینه ی Q از طریق کمینه سازی تابع کل هزینه در واحد زمان عمل می کنیم.یعنی از رابطه ی (24) نسبت به Q مشتق گرفته و مطابق رابطه‌ی (25) آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\frac{dTCY_2(Q)}{dQ} = 0$$

به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$\frac{-C_S D}{Q^2 p_p} + \frac{h}{2}[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)] = 0$$

در نتیجه مقدار تولید اقتصادی در حالت دوم طبق رابطه‌ی (26) به دست می‌آید.

$$Q^{*2} = \sqrt{\frac{2C_S D}{hp_p[p_p - {}^{D}/_{P}(1-\beta)]}} \qquad (26)$$

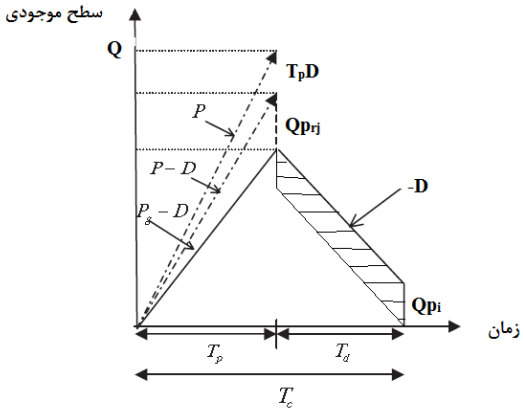
با جایگذاری مقدار p_p (که در جدول ۵ موجود است) در رابطه‌ی (26)، مقدار تولید اقتصادی در حالت دو مطابق با رابطه‌ی (27) خواهد بود.

$$Q^{*2} = \sqrt{\frac{\frac{2C_S D}{h(1-p_4)}}{\left[\frac{[1-p_1-p_3-p_2(p_5+p_6)]}{(1-p_4)}\right]\left[\frac{[1-p_1-p_3-p_2(p_5+p_6)]}{-{}^{D}/_{P}(1-\beta)}\right]}} \qquad (27)$$

۴-۵- حالت سوم

در این حالت، اقلام ناکامل بعد از بازبینی در انبار نگهداری شده و در پایان دوره (درست قبل از دور بعدی تولید) فروخته می شوند. در این حالت نرخ تولید مثل حالت قبل(حالت (۲)) است. تفاوت اصلی بین حالات (۲) و (۳) فاکتور زمانی برای فروش اقلام ناکامل است. در حالت (۲) زمان فروش اقلام غیرکامل پایان دوره ی تولید $\mathbf{T_p}$ بوده در حالی که در این حالت این زمان پایان کل دوره یعنی $\mathbf{T_c}$ است.

به شرط امکان پذیر بودن این حالت، نمودار سطح موجودی برحسب زمان در این حالت مطابق شکل(۶) است.



شکل (۶): نمودار موجودی بر حسب زمان در حالت سوم از مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

همانطور که مشاهده می کنیم؛ در این حالت متوسط موجودی برابر با متوسط موجودی حالت دوم (شکل (۵)) به علاوه ی متوسط موجودی قسمت هاشورخورده است و مقدار آن مطابق با رابطه‌ی (28) است.

$$\bar{I} = \frac{Q}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1-\beta)\right] + \frac{Qp_iT_d}{T_c} \qquad (28)$$

از طرفی می‌دانیم که

$$\frac{T_d}{T_c} = 1 - \frac{T_p}{T_c} \qquad (29)$$

با توجه به اینکه $T_P = \frac{Q}{P}$ و جایگذاری (7) در (29) خواهیم داشت:

$$\frac{T_d}{T_c} = 1 - \frac{\frac{Q}{P}}{\frac{Qp_p}{D}}$$

و در نتیجه رابطه‌ی (30) حاصل می‌شود.

$$\frac{T_d}{T_c} = 1 - \frac{D}{Pp_p} \qquad (30)$$

با جایگذاری (30) در (28) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \frac{Q}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1-\beta)\right] + Qp_i\left(1 - \frac{D}{Pp_p}\right)\\ &= \frac{Q}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1-\beta) + 2p_i - \frac{2D\beta}{P}\right]\\ &= \frac{Q}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1-\beta+2\beta) + 2p_i\right]\end{aligned}$$

درنتیجه متوسط موجودی در این حالت برابر با رابطه‌ی (31) خواهد بود.

$$\bar{I} = \frac{Q}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right] \qquad (31)$$

۴-۵-۱- هزینه‌ها

حال که متوسط موجودی را در این حالت با استفاده از رابطه ی (31) به دست آوردیم؛ از آن استفاده کرده و هزینه‌ی نگهداری موجودی در یک دور را محاسبه می‌کنیم که برابر با رابطه‌ی (32) است.

$$H_3 = \frac{hT_cQ}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right] \qquad (32)$$

مشابه حالت دوم (رابطه ی (23))، در اینجا هم کل هزینه ی موجودی در یک دور برابر خواهد بود با رابطه ی (33).

$$\begin{aligned}TC_3(Q) = {} & C_mQ + C_{rw}Qp_{rw} + C_s + C_{rj}Qp_{rj} + IQ\\ & + \frac{hQ}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right]T_c\end{aligned} \qquad (33)$$

با جایگذاری روابط (33) و (7) در رابطه‌ی (8)، مقدار هزینه‌ی کل در واحد زمان برای این حالت مطابق با رابطه‌ی (34) خواهد بود.

$$\begin{aligned}TCY_3(Q) = {} & \left(C_m + C_{rw}p_{rw} + C_{rj}p_{rj} + I\right)\frac{D}{p_p} + \frac{C_SD}{Qp_p}\\ & + \frac{hQ}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right]\end{aligned} \qquad (34)$$

۴-۵-۲- درآمد

تابع درآمد کل در واحد زمان هم مشابه حالت اول (رابطه‌ی (13)) بوده و مستقل از Q است، در نتیجه برای محاسبه‌ی مقدار بهینه‌ی Q ، از طریق کمینه سازی تابع کل هزینه در واحد زمان(رابطه‌ی (34)) عمل می‌کنیم. با صفر قرار دادن مشتق آن نسبت به Q مطابق رابطه‌ی (35)

$$\frac{dTCY_3(Q)}{dQ} = 0 \qquad (35)$$

خواهیم داشت:

$$\frac{-C_S D}{Q^2 p_p} + \frac{h}{2}\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right] = 0$$

در نتیجه مقدار تولید اقتصادی در این حالت برابر با رابطه‌ی (36) خواهد بود.

$$Q^{*3} = \sqrt{\frac{2C_S D}{h p_p\left[p_p - {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2p_i\right]}} \qquad (36)$$

حال اگر مقدار p_p را طبق جدول (۵) در رابطه‌ی (36) قرار دهیم؛ مقدار تولید اقتصادی در این حالت، مطابق با رابطه‌ی (37) به دست می‌آید.

$$Q^{*3} = \sqrt{\frac{2C_S D}{h(1-p_4)\left[1 - p_1 - p_3 - p_2(p_5 + p_6\right.}} \qquad (37)$$

$$\left[(1-p_4)[1 - p_1 - p_3 - p_2(p_5 + p_6\right.$$

$$\left.- {}^{D}/_{P}\,(1+\beta) + 2(1-p_4)(p_1 + p_2\right]$$

۵- تحلیل حساسیت و نتیجه گیری

برای اینکه به مفید بودن مدل EPQ ساخته شده پی ببریم؛ یک سیستم تولید با پارامترهای موجود در جدول (۶) را در نظر می‌گیریم.

جدول (۶): داده های مربوط به مثال عددی در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی (اقتباس از [۱۳])

پارامتر	مقدار	واحد
C_s	125	واحد پولی / دور
C_m	0/1	واحد پولی / واحد محصول
C_{rw}	0/05	واحد پولی / واحد محصول
C_{rj}	0/04	واحد پولی / واحد محصول
h	15	واحد محصول در واحد زمان/ واحد پولی
D	15000	واحد / سال
P	20000	واحد / سال
I	0/02	واحد پولی / واحد محصول
p_1	15	%
p_2	10	%
p_3	5	%
p_4	1	%
p_5	10	%
p_6	2	%

نرخ بازبینی را هم یک واحد در دقیقه فرض می‌کنیم. اگر مدت زمان تولید را ۸ ساعت در روز و ۳۶۵ روز در سال فرض کنیم؛ نرخ بازبینی سالانه برابر با ۱*۶۰*۸*۳۶۵ خواهد بود یعنی سال/واحد Z=175200

مقادیر بهینه متغیرهای مربوطه در جدول (۷) آمده است.

جدول (۷): مقادیر بهینه متغیرها بر اساس داده های مثال عددی

متغیر	مقدار حاصل در
p_{ri}	0.006015
p_{rw}	0.00999
p_i	0.015085
Q^{*1}	1056.277
Q^{*2}	1030.58
Q^{*3}	1015.786293
TCY_1	5476.868017
TCY_2	5567.300261
TCY_3	5621.434484

برای مثال فوق، تحلیل حساسیت را از منظر نسبت اقلام غیر کامل، قابل دوباره کاری و مردود اعمال می کنیم و در نتیجه اثر آنها را همراه با نسبت اقلام کامل بر روی Q^* و TCY می‌بینیم.

با در نظر گرفتن شرط عدم کمبود (رابطه ی (38))، خواهیم داشت:

$$p_p - \frac{D}{P} \geq 0 \rightarrow 1 - p_i - p_{rj} - \frac{D}{P} \geq 0 \rightarrow p_i + p_{rj} \leq 0.25$$

در جدول (۸) مقادیر مختلف برای p_1، p_2، p_3، p_4، p_5، p_6، آمده است طوری که مقادیر آمده در مثال را طی ۱۰ مرحله (هر مرحله به مقدار ۰.۱) کاهش داده تا به صفر برسند.

جدول (۸): مقادیر متغیرهای مربوط به کیفیت کالاها در مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
0	0	0	0	0	0
0.015	0.01	0.005	0.001	0.01	0.002
0.03	0.02	0.01	0.002	0.02	0.004
0.045	0.03	0.015	0.003	0.03	0.006
0.06	0.04	0.02	0.004	0.04	0.008
0.075	0.05	0.025	0.005	0.05	0.01
0.09	0.06	0.03	0.006	0.06	0.012
0.105	0.07	0.035	0.007	0.07	0.014
0.12	0.08	0.04	0.008	0.08	0.016
0.135	0.09	0.045	0.009	0.09	0.018
0.15	0.1	0.05	0.01	0.1	0.02

به ازای مقادیر موجود در جدول (۸) ، مقادیر بهینه متغیرهای مربوط به اقلام غیر کامل، قابل دوباره کاری، مردود و کامل در جدول (۹) آمده است

جدول (۹): نسبت اقلام با کیفیت‌های مختلف در مثال عددی مربوط به مدل جدید مقدار تولید اقتصادی

$p_i + p_{ri}$	p_i	p_{rw}	p_{ri}	p_n
0	0	0	0	1
0.0211	0.015085	0.00999	0.006015	0.9789
0.042399	0.030339	0.01996	0.01206	0.957601
0.063897	0.045762	0.02991	0.018134	0.936103
0.085592	0.061354	0.03984	0.024239	0.914408
0.107485	0.077113	0.04975	0.030373	0.892515
0.129574	0.093038	0.05964	0.036536	0.870426
0.151859	0.109131	0.06951	0.042728	0.848141
0.174339	0.125389	0.07936	0.04895	0.825661
0.197013	0.141812	0.08919	0.0552	0.802987
0.21988	0.1584	0.099	0.06148	0.78012

مقادیر تولید اقتصادی در هر سه حالت مدل جدید و نسبت هر کدام از آنها بر مقدار بهینه‌ی مدل ســـنتی هم در جدول (۱۰) آمده است.

جدول (۱۰): مقادیر تولید اقتصادی در حالات سه گانه‌ی مدل جدید و نسبت آنها بر مقدار مشابه سنتی در مثال عددی

Q'	Q^{*1}	Q^{*1}/Q'	Q^{*2}	Q^{*2}/Q'	Q^{*3}	Q^{*3}/Q'
1000	1000	1	1000	1	1000	1
1000	1056.277	1.056277	1030.58	1.03058	1015.786293	1.015786293
1000	1121.406	1.121406	1062.26	1.06226	1033.291277	1.033291277
1000	1197.929	1.197929	1094.919	1.094919	1052.767846	1.052767846
1000	1289.552	1.289552	1128.375	1.128375	1074.524024	1.074524024
1000	1401.948	1.401948	1162.379	1.162379	1098.939515	1.098939515
1000	1544.344	1.544344	1196.595	1.196595	1126.488721	1.126488721
1000	1733.047	1.733047	1230.596	1.230596	1157.773459	1.157773459
1000	2000.468	2.000468	1263.851	1.263851	1193.570603	1.193570603
1000	2423.98	2.42398	1295.722	1.295722	1234.903392	1.234903392
1000	3261.834	3.261834	1325.476	1.325476	1283.151711	1.283151711

مقادیر کل هزینه در واحد زمان در هر سه حالت و همچنین در حالتی که از مقدار تولید اقتصادی سنتی در هر کدام از آنها به جای مقدار به دست آمده در مدل جدید استفاده نماییم؛ در جدول (۱۱) آمده است.

جدول (۱۱): مقادیر کل هزینه در واحد زمان

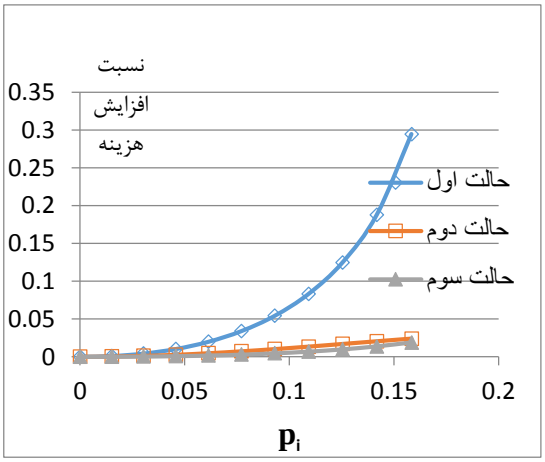
$TCY_1(Q^{*1})$	$TCY_2(Q^{*2})$	$TCY_3(Q^{*3})$	$TCY_1(Q')$	$TCY_2(Q')$	$TCY_3(Q')$
5550	5550	5550	5550	5550	5550
5476.868017	5567.300261	5621.434484	5482.30513	5568.986663	5621.897098
5394.962212	5589.399561	5692.753136	5417.91175	5596.125858	5694.785643
5302.52958	5617.140995	5763.629296	5357.210408	5632.1939	5768.661417
5197.253808	5651.511196	5833.656767	5300.634145	5678.052235	5843.520055
5075.976614	5693.662907	5902.328485	5248.66452	5734.659503	5919.357037
4934.212574	5744.939827	5969.008306	5201.838687	5803.085718	5996.167656
4765.230788	5806.903378	6032.893153	5160.757749	5884.528999	6073.946999
4558.104115	5881.360807	6092.961382	5126.096669	5980.335423	6152.689915
4292.788462	5970.393791	6147.901016	5098.616077	6092.022677	6232.390976
3923.496494	6076.386614	6196.007697	5079.176419	6221.308399	6313.044439

در جدول ۱۲، شاهد مقادیر مربوط به نسبت افزایش هزینه در حالتی هستیم که در مثال عددی، از مقدار تولید اقتصادی سنتی به جای مقادیر مربوطه در حالات سه‌گانه‌ی مدل جدید استفاده کنیم.

جدول (۱۲): نسبت‌های افزایش هزینه در حالتی که از مقدار تولید اقتصادی سنتی در مدل جدید استفاده کنیم.

$(TCY_1(Q') - TCY_1(Q^{*1}))/TCY_1(Q^{*1})$	$(TCY_2(Q') - TCY_2(Q^{*2}))/TCY_2(Q^{*2})$	$(TCY_3(Q') - TCY_3(Q^{*3}))/TCY_3(Q^{*3})$
0	0	0
0.000992741	0.000302912	8.22946E-05
0.004253883	0.001203402	0.000357034
0.010312216	0.002679816	0.000873082
0.019891339	0.004696273	0.001690756
0.034020627	0.007200391	0.002885057
0.05423887	0.010121236	0.004550061
0.083002687	0.013367817	0.006805001
0.12461158	0.016828523	0.009802874
0.187716591	0.020372004	0.013742895
0.294553577	0.023849994	0.018889057

نمودار مربوط به جدول (۱۲) در شکل (۷) ترسیم شده است.



شکل (۷): نسبت افزایش کل هزینه در واحد زمان

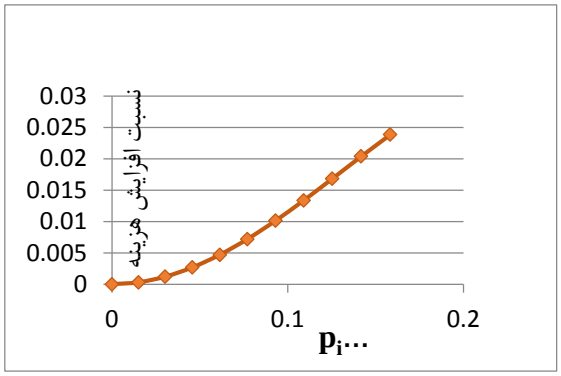
همان‌طور که در نمودار شکل (۷) مشاهده می‌کنیم؛ اگر در حالت اول به‌جای مقدار بهینه‌ی جدید از مقدار بهینه‌ی سنتی استفاده کنیم؛ با افزایش قابل‌توجه هزینه‌ها مواجه خواهیم شد در حالتی که در حالات دوم و سوم افزایش هزینه‌ی اندکی را مشاهده می‌کنیم. دلیل این امر آن است که در حالت اول به خاطر اینکه کالاهای غیرکامل را بلافاصله بعد از شناسایی کنار می‌گذاریم؛ با افزایش هزینه‌ی نگهداری مواجه نیستیم و مدل بدون محدودیت، کالاهای موردنیاز برای جبران اقلام غیرکامل را در اندازه‌ی انباشته اعمال می کند و مقدار سفارش در این حالت از حالت سنتی بسیار فاصله می‌گیرد درحالی‌که در حالات دوم و سوم به حالت کم می‌شود؛ مطمئناً وی به مقدار حاصل از مدل ما

روی خواهد آورد. شکل (۷) هم همین موضوع را بیان می‌کند، مثلاً اگر در حالت اول نسبت اقلام غیر کامل ۱۵ درصد مواجه هستیم؛ مقدار تولید اقتصادی بیش از آنچه تولید و پایان دوره، متحمل هزینه ی زیادی بابت نگهداری موجودی می شویم و مدل برای کاهش هزینه‌ها از افزایش مقدار سفارش‌دهی جلوگیری می کند و در این حالات مدل ما به حالت سنتی نزدیک‌تر است که این امر را در نسبت مقدار سفارش دهی در مدل جدید نسبت به مدل سنتی هم شاهد هستیم.

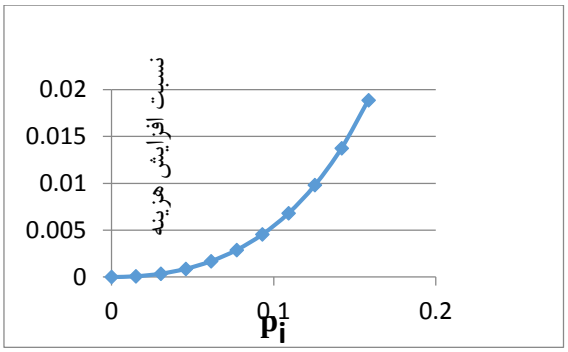
در واقع ما اگر در حالت دوم و سوم به جای محاسبه‌ی مقدار سفارش از طریق مدل جدید، به مدل سنتی اکتفا کنیم؛ با افزایش هزینه ی کمی مواجه می شویم درحالی‌که اگر در حالت اول این کار را انجام دهیم بسیار به زیان ما خواهد بود. نمودارهای مربوط به حالت دوم و سوم در مقیاس بزرگ‌تر به‌طور جداگانه به ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) آمده‌اند.

برای ملموس شدن موضوع مثالی می آوریم: فرض کنید فردی برای موجودی انبار خود و تأمین تقاضا می خواهد کالایی را تولید کند و بدون در نظر گرفتن کیفیت کالاها مقدار تولید اقتصادی را بر اساس مدل سنتی محاسبه می کند و فکر می کند که هزینه را هم کمینه کرده است، درحالی‌که اگر ما مدل خود را بر وی عرضه کنیم و نشان دهیم که در حالت واقعی که با کیفیت غیرکامل کالاها هم مدل ما روی خواهد آورد. شکل (۷) هم همین موضوع را وی حساب کرده خواهد بود و مطابق مدل ما هزینه ی وی هم در این حالت کم می‌شود؛ مطمئناً وی به مقدار حاصل از

بیان میکند، مثلاً اگر در حالت اول نسبت اقلام غیر کامل ۱۵ درصد باشد؛ مقدار افزایش هزینه ی ناشی از به کار بردن مقدار حاصل از مدل سنتی تقریباً برابر با ۳۰ درصد خواهد بود.



شکل (۸): نمودار نسبت افزایش کل هزینه در واحد زمان در حالت دوم



شکل (۹): نمودار نسبت افزایش کل هزینه در واحد زمان در حالت سوم

جدول(۱۳): نسبت اقلام غیرکامل، مردود، مجموع آن‌ها و نسبت مقدار تولید اقتصادی در مدل جدید به مقدار مشابه سنتی

p_i	p_{rj}	$p_i + p_{rj}$	Q^{*1}/Q'	Q^{*2}/Q'	Q^{*3}/Q'	در مدل سلامه وجابر[۱] Q^*/Q'
0	0	0	1	1	1	1
0.015085	0.006015	0.0211	1.056277	1.03058	1.015786	1.020593117
0.030339	0.01206	0.042399	1.121406	1.06226	1.033291	1.042215482
0.045762	0.018134	0.063897	1.197929	1.094919	1.052768	1.064939242
0.061354	0.024239	0.085592	1.289552	1.128375	1.074524	1.088843103
0.077113	0.030373	0.107485	1.401948	1.162379	1.09894	1.114013038

[۱] در این حالت Q^* اشاره به مقدار سفارش اقتصادی حاصل از مدل سلامه و جابر [۱۰] دارد.

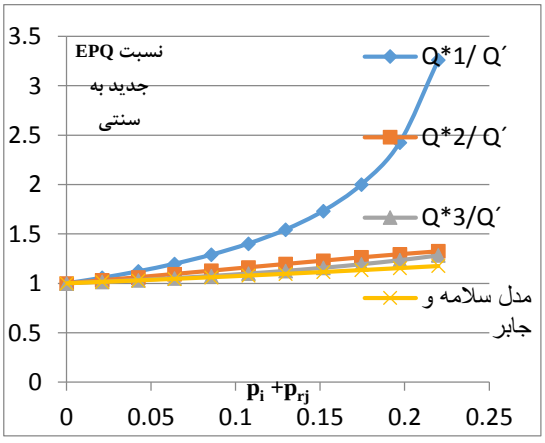
ادامه جدول(۱۳): نسبت اقلام غیرکامل، مردود، مجموع آنها و نسبت مقدار تولید اقتصادی در مدل جدید به مقدار مشابه سنتی

0.093038	0.036536	0.129574	1.544344	1.196595	1.126489	1.140543059
0.109131	0.042728	0.151859	1.733047	1.230596	1.157773	1.168536084
0.125389	0.04895	0.174339	2.000468	1.263851	1.193571	1.198104895
0.141812	0.0552	0.197013	2.42398	1.295722	1.234903	1.229373196
0.1584	0.06148	0.21988	3.261834	1.325476	1.283152	1.262476773

همان‌طور که در جدول (۱۳) مشاهده می‌کنیم؛ با افزایش مجموع اقلام غیرکامل و مردود، نسبت مقدار تولید اقتصادی در حالت جدید به حالت سنتی افزایش می‌یابد و این نسبت از حالت اول به حالت سوم روند نزولی دارد یعنی

$$(Q^{*1}/Q') > (Q^{*2}/Q') > (Q^{*3}/Q') > (Q^{*}/Q')$$

با داشتن نسبت اقلام غیرکامل و مردود و مقدار تولید اقتصادی در حالت سنتی می توانیم از نسبت‌های موجود در جدول (۱۳) برای محاسبه ی مقدار تولید اقتصادی در حالت جدید استفاده کنیم. نسبت مذکور برای مدل سلامه و جابر هم آمده است. از طرفی با توجه به اینکه به دلیل وجود آزمایشات مخرب و اقلام غیرکامل و مردود حاصل از دوباره‌کاری در مدل ما، نسبت اقلام کامل در مدل ما از مدل چان و همکاران [15] کوچکتر است؛ تمامی مقادیر بهینه‌ی به‌دست‌آمده در حالات سه‌گانه‌ی مدل ما از حالات مشابه خود در مدل چان و همکاران بزرگتر هستند، یعنی $Q^{*i} > Q^{*i}_{old}$ و $i = 1,2,3$.



شکل (۱۰): نسبت مقدار **EPQ** مدل جدید به مقدار مشابه در مدل سنتی

نمودار نسبت‌های موجود در جدول (۱۳) در نمودار شکل (۱۰) آمده است .همان‌طور که می بینیم؛ در حالت اول با افزایش مجموع مقادیر غیر کامل و مردود، مقدار تولید اقتصادی با شتاب بیشتری نسبت به دو حالت دیگر افزایش می یابد و علت این امر آن است که به دلیل عدم نگهداری اقلام غیرکامل و مردود در حالت اول، هزینه نگهداری اضافی به ما تحمیل نمی‌شود و مدل برای برآوردن تقاضا، مقدار زیادی را برای تولید پیشنهاد می‌کند اما در حالات دیگر به دلیل وجود محدودیت مربوط به هزینه ی نگهداری، مقدار تولید اقتصادی در حالت جدید به نسبت کمتری در مقایسه با حالت اول، از حالت سنتی فراتر می‌رود. از طرفی هم مشاهده می‌کنیم که در مدل سلامه و جابر هم این نسبت از نسبت‌های مربوط به حالات سه‌گانه کمتر است. علت این امر هم آن است که مدل سلامه و جابر از نوع مدل EOQ است و نه EPQ .از طرفی سلامه و جابر در مدلشان اثرات اقلام قابل دوباره کاری و مردود را در نظر نگرفته‌اند و فقط با اقلام غیرکامل سر و کار داشته اند بنابر این با استفاده از نتایج آنها مقدار اندازه‌ی انباشته‌ی مورد نیاز را کمتر تخمین می‌زنیم.

۶- راهکارهای مدیریتی و پیشنهادها

این مقاله با در نظر گرفتن اقلام غیر کامل در مدیریت موجودی، برای نزدیک‌تر کردن مدل مقدار تولید اقتصادی به حالت واقعی نگاشته شده است. ساختار مقاله به‌گونه‌ای تنظیم‌شده است که در قسمت اول به مقدمه و اهمیت تأثیر

کیفیت اقلام بر تعیین میزان بهینه تولید اقتصادی پرداخته‌شده است. قسمت دوم به مرور ادبیات و مطالعات محققین پیشین در زمینه نزدیک سازی مدل EPQ به شرایط واقعی از منظر کیفیت اقلام اختصاص دارد. روش تحقیق در قسمت سوم جای دارد و در بخش چهارم هم به مدل‌سازی و یافته‌های پژوهش اشاره می‌گردد. مدل‌سازی در سه حالت (۱- عدم نگهداری اقلام غیر کامل بعد از بازبینی، ۲- نگهداری اقلام مذکور تا پایان دوره تولید، ۳- نگهداری این اقلام تا پایان کل دوره) جهت تعیین مقدار تولید اقتصادی انجام می‌شود. در ادبیات موضوع تنها به خروجی بازبینی شامل اقلام کامل، غیر کامل، قابل دوباره‌کاری و مردود اشاره‌شده است و بازبینی مخرب موردعنایت قرار نگرفته است. از سوی دیگر محققین حاصل فرایند دوباره‌کاری را محصولات کامل فرض نموده‌اند، در حالی لزوماً این‌گونه نیست. درمجموع نوآوری این مقاله مربوط می شود به در نظر گرفتن دو حالت همزمان که عبارت‌اند از اینکه ۱- یافتن اقلام معیوب از طریق بازبینی، همراه با آزمایشات مخرب است و نسبتی از این اقلام تخریب می‌شوند و ۲- اینکه در بین اقلامی که در طی بازبینی سالم مانده‌اند؛ دسته‌ای قابل دوباره‌کاری هستند و این اقلام بعد از دوباره‌کاری لزوماً از کیفیت کامل برخوردار نیستند و در بین آن‌ها اقلام غیر کامل و مردود هم وجود دارند اما دیگر اقلام قابل دوباره‌کاری وجود ندارد.

مفروضات مذکور در سه حالت (۱- عدم نگهداری اقلام غیر کامل بعد از بازبینی، ۲- نگهداری اقلام مذکور تا پایان دوره تولید، ۳- نگهداری این اقلام تا پایان کل دوره) مدل‌سازی شد. آنچه به‌عنوان راهکارهای مدیریتی و از منظر کنترل هزینه‌ها میتوان از نتایج برداشت کرد این است که اولاً در مدل‌های توسعه داده‌شده در این مقاله به خاطر وجود بازبینی های مخرب و همچنین وجود اقلام غیرکامل و مردود بعد از دوباره‌کاری، نسبت اقلام کامل از نسبت اقلام مشابه در مدل [15] کوچک‌تر بوده و مقدار تولید اقتصادی از مقادیر مشابه در مدل آن‌ها بزرگتر است(یعنی $Q^{*i} > Q^{*i}_{old}$ و $i = 1,2,3$) تا جبران اقلامی را نماید که یا در طول بازبینی تخریب می شوند و یا بعد از دوباره‌کاری کیفیت کامل ندارند. بنابراین مدیران تولید باید مقادیر بیشتری از عوامل متغیر تولید ازجمله منابع انسانی، تجهیزات، سرمایه و مواد اولیه را به‌کارگیرند. ثانیاً با محاسبه‌ی هزینه‌ی کل در واحد زمان به ازای مقادیر حاصل از مدل جدید و مدل سنتی دریافتیم که اگر به‌جای استفاده از مدل جدید، به مقدار حاصل از مدل سنتی مقدار تولید اقتصادی اکتفا کنیم؛ با افزایش هزینه مخصوصاً در حالت اول که اقلام غیر کامل حاصل از بازبینی را بلافاصله کنار می گذاریم؛ مواجه می شویم. بنابراین از منظر مدیریتی ضرورت دارد که یافته‌های مدل‌های توسعه داده‌شده با دقت کامل به کار گرفته شود تا سازمان تولیدکننده با افزایش هزینه ناشی از محاسبه‌گری اشتباه اولیه مواجه نشود. ثالثاً دریافتیم که با افزایش مجموع نسبت اقلام غیر کامل و مردود، نسبت مقدار تولید اقتصادی در مدل‌های جدید بر مقدار مشابه در مدل سنتی افزایش می یابد. البته این افزایش از حالت اول تا سوم روند نزولی داشته و در هر سه مورد از نسبت مربوط به مقدار مدل [13] بر مقدار مدل سنتی بزرگ‌تر است یعنی

$$(Q^{*1}/Q') > (Q^{*2}/Q') > (Q^{*3}/Q') > (Q^{*}/Q')$$.

این بدان معناست که هر چه مدت نگهداری اقلام غیر کامل کمتر باشد؛ هزینه‌های سازمان تولیدکننده کاهش می‌یابد و سازمان می‌تواند این صرفه‌جویی را صرف تولید بیشتر نماید. بنابراین مدیران سازمان باید در راستای کاهش هزینه‌ها، نسبت به کاهش مدت‌زمان نگهداری اقلام غیر کامل اقدام نمایند و در مورد جذب مشتری خاص برای آن‌ها یا کاربری آن‌ها در موارد دیگر اقدام نمایند. از سوی دیگر جهت کاهش نسبت اقلام غیر کامل و مردود حاصل از دوباره‌کاری و درنتیجه کاهش اتلاف منابع، ضرورت دارد که مدیریت سازمان نسبت به بهبود فرایند دوباره‌کاری اقدام نماید.

تحقیقات آتی در این زمینه ها می تواند مشـــتمل بر در نظر گرفتن بـازبینی نمونه ای، خرابی دســـتگاه (به علل مختلف مثل گذشـت مدت‌زمان معین، یا تولید تعداد مشـخصـی از اقلام و درنتیجـه ایجـاد هزینـه ی تعمیر برای دســـتگـاه و هزینـه ی نگهـداری برای اقلام قـابـل دوبـاره کاری در مدل EPQ)، در نظر گرفتن مـدت‌زمان برای دوباره کاری باشـــد. همچنین می توان اثر یادگیری از دوره ای به دوره ی دیگر را در مدل‌ها بررســی کرد. تأثیر بهبود کیفیت بر نرخ تقاضـای آینده و مقدار تولید اقتصادی هم موضوع خوبی برای ادامه‌ی مطالعات است. همچنین این مدل می‌تواند با در نظر گرفتن چندین محصـــول، اقلام فاســـدشـــدنی و تعمیر و نگهداری پیشـگیرانه برای کاهش اقلام ناقص گسترش یابد. سفارشات عقب‌افتاده نســبی و تأخیر در پرداخت هم را هم می‌توان در نظر گرفـت. متغیر فرض کردن نرخ هزینـه‌هـا به ازای واحد اقلام همچون هزینه دوباره‌کاری با توجه به انحراف از کیفیت مطلوب و تحلیل حساسیت در مورد آن می‌تواند نکات بسیار ارزشـمندی در مورد نتایج حاصـل از مدل داشـته باشـد. همچنین می توان بـا برداشـــتن برخی محـدودیـت‌هـا از مفروضات مسئله، فضای برنامه‌ریزی را گسترش داد و مسئله را در حـالاتی دیگر حـل کرد ازجمله اینکه عامل کمبود در نظر گرفته شود، فرایند تولید چند محصولی باشد، نرخ تقاضا برای محصـول در طول دوره برنامه‌ریزی متغیر باشـد یا نرخ ذخیره‌سازی و برداشت یکنواخت و پیوسته نباشد.

۷- منابع و مأخذ

[1] Khan, M., et al., ***A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items.*** International Journal of Production Economics, **132**(1), 1-12, 2011.

[2] Arrow, K.J., S. Karlin, and H.E. Scarf, ***Studies in the mathematical theory of inventory and production***. 1958.

[3] Rosenblatt, M.J. and H.L. Lee, ***Economic production cycles with imperfect production processes***. IIE transactions, **18**(1), 48-55, 1986.

[4] Urban, T.L., ***Analysis of production systems when run length influences product quality***. International Journal of Production Research, **36**(11), 3085-3094, 1998.

[5] Gerchak, Y., R.G. Vickson, and M. Parlar, ***Periodic review production models with variable yield and uncertain demand***. IIE transactions, **20**(2), 144-150, 1988.

[6] Yano, C.A and H.L. Lee, ***Lot sizing with random yields: A review.*** Operations research, **43**(2), 311-334, 1995.

[7] Grosfeld-Nir, A. and Y. Gerchak, ***Multiple lotsizing in production to order with random yields: Review of recent advances.*** Annals of Operations Research, **126**(1-4), 43-69, 2004.

[8] Inderfurth, K., ***Analytical solution for a single period production inventory problem with uniformly distributed yield and demand***.: Otto-von-Guericke-Univ., Fak. für Wirtschaftswiss, 2003.

[9] Chan, W.M., R.N. Ibrahim, and P.B .Lochert, ***A new EPQ model: integrating lower pricing, rework and reject situations***. Production Planning & Control, **14**(7), 588-595, 2003.

[10] Salameh, M. and M. Jaber, ***Economic production quantity model for items with imperfect quality.*** International journal of production economics, **64**(1-3), 59-64, 2000.

[11] Pentico, D.W. and M.J. Drake, ***A survey of deterministic models for the EOQ and EPQ with partial backordering***. European Journal of Operational Research, **214**(2), 179-198, 2011.

[12] Barzoki, M.R ,.M. Jahanbazi, and M. Bijari, ***Effects of imperfect products on lot sizing with work in process inventory***. Applied Mathematics and Computation, **217**(21), 8328-8336, 2011.

[13] Tsou, J.-C., S.R. Hejazi, and M.R. Barzoki, ***Economic production quantity model for items with continuous quality characteristic, rework and reject***. International Journal of Systems Science, **43**(12), 2261-2267, 2012.

[14] Papachristos, S. and I. Konstantaras, ***Economic ordering quantity models for items with imperfect quality.*** International Journal of Production Economics, **100**(1), 148-154, 2006.

[15] Bakker, M., J. Riezebos, and R.H. Teunter, ***Review of inventory systems with deterioration since 2001.*** European Journal of Operational Research, **221**(2), 275-284, 2012.

[16] اکبری فرزانه، صفاری محمد، *سیاست بهینه سفارش دهی برای کالاهای فاسد شدنی با در نظر گرفتن سیاست پرداخت معوقه و تورم*، مدیریت زنجیره تأمین، ۱۶(۴۵) ، ۴۲-۴۹، ۱۳۹۳.

[17] Glock, C.H., E.H. Grosse, and J.M. Ries, ***The lot sizing problem: A tertiary study.*** International Journal of Production Economics, **155**, 39-51, 2014.

[18] Taleizadeh, A.A., M.P. Sari-Khanbaglo, and L.E. Cárdenas-Barrón, ***Outsourcing rework of imperfect items in the economic production quantity (EPQ) inventory model with backordered demand.*** IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017.

[19] Tsao, Y.-C., et al., Imperfect economic production quantity models under predictive maintenance and reworking. International Journal of Systems Science: Operations & Logistics, 1-14, 2019.

[20] Lin ,H.-J., ***An economic production quantity model with backlogging and imperfect rework process for uncertain demand.*** International Journal of Production Research, 1-16, 2019.

[21] Al-Salamah, M., ***Economic production quantity in an imperfect manufacturing process with synchronous and asynchronous flexible rework rates***. Operations Research Perspectives, **6** 100-103, 2019.

[22] Khalilpourazari, S., et al., ***A robust fuzzy approach for constrained multi-product economic production quantity with imperfect items and rework process***. Optimization, **69**(1), 63-90, 2020.

[23] Newman, W.L., ***Social research methods: Qualitative and quantitative approaches***. Allyn and Bacon, 1991.

[24]Saunders, M., P. Lewis, and A. Thornhill, ***Research methods for business students.*** Pearson education, 2009.